



# Vulnerabilità sismica di archi in muratura: uno studio parametrico con approccio cinematico

Daniela Cacace<sup>a</sup>, Jafar Rouhi<sup>b</sup>, Mattia Zizi<sup>a</sup>, Gianfranco De Matteis<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Dipartimento di Architettura e Disegno Industriale, Università della Campania "Luigi Vanvitelli, Via San Lorenzo, 81030 Aversa, Italia*

<sup>b</sup> *Dipartimento di Ingegneria e Geologia, Università degli Studi "G. D'Annunzio", Viale Pindaro, 65100 Pescara, Italia*

*Keywords: Archi, Chiese, Muratura, Analisi cinematica, Vulnerabilità sismica.*

## ABSTRACT

I recenti eventi sismici che hanno interessato il territorio italiano hanno evidenziato la fragilità del patrimonio storico-architettonico in muratura, incapace di far fronte a carichi eccezionali. Nello studio del comportamento sismico di edifici monumentali in muratura, l'approccio per macroelementi, per il quale una costruzione può essere analizzata come l'insieme delle sottostrutture che la compongono, risulta senz'altro essere quello ottimale. Con riferimento a tale metodo, la presente memoria analizza la capacità sismica di archi in muratura. Grazie ad una procedura automatica sviluppata dagli autori, con la quale è possibile valutare il moltiplicatore di collasso dei carichi orizzontali secondo un approccio cinematico, sono state eseguite una serie di analisi parametriche sul campione considerato. In particolare, variando alcune caratteristiche geometriche fondamentali degli archi ed il carico verticale agente, lo studio ha portato alla definizione di archi tipologico-strutturali per una valutazione preliminare, senza ulteriori analisi specifiche, della risposta sismica di un arco sottoposto a carichi sismici.

## 1 INTRODUZIONE

Il presente studio si colloca nel contesto più ampio di conservazione e protezione del patrimonio culturale esistente, con particolare riguardo alla valutazione della vulnerabilità sismica degli edifici storici in muratura e, più in particolare, dei beni architettonici ecclesiastici.

Stante l'inestimabile valore artistico e culturale da cui esso sono contraddistinti, nonché la loro diffusione sul territorio italiano, la vulnerabilità sismica dei beni architettonici in muratura costituisce senz'altro un tema di primaria importanza in Italia. Nel corso dei secoli infatti, data la loro complessità strutturale, la natura altamente eterogenea del materiale e le caratteristiche intrinseche degli elementi costitutivi, le strutture murarie hanno subito moltissimi danni, spesso irreversibili e talvolta fino al collasso, ciò principalmente a causa dei numerosi eventi sismici che hanno interessato il territorio italiano.

Nell'ambito dei numerosi studi sulle chiese, le ricerche condotte a partire dall'osservazione dei danni occorsi dopo gli eventi sismici dell'Umbria

e delle Marche nel 1997 e del Molise nel 2002, hanno dimostrato che i meccanismi di danno sismico in queste strutture presentano caratteristiche ricorrenti. Tale asserzione ha portato, nell'ambito di analisi speditive del danno e nel campo delle predizioni a larga scala, alla definizione di parti strutturali dell'edificio interessate da meccanismi di collasso indipendenti l'uno dall'altro (Lagomarsino e Podestà 2004a, Lagomarsino e Podestà 2004b).

La valutazione della vulnerabilità sismica condotta con un approccio per macroelementi (definibili come parti strutturalmente autonome) è oggi largamente riconosciuta in letteratura, non solo perché effettivamente rappresentativa del comportamento sismico atteso nelle chiese in muratura, ma anche perché connessa all'impiego di metodologie semplificate, reiterabili a scala territoriale su popolazioni omogenee di chiese (Calvi et al 2006).

Le analisi territoriali condotte dal gruppo di ricerca all'indomani dei terremoti de L'Aquila (2009) e del Centro Italia (2016-2017) su insiemi omogenei di chiese in muratura hanno evidenziato un'elevata frequenza di attivazione

dei meccanismi connessi ad archi e volte ed un livello di danneggiamento strutturale maggiore rispetto a quello di altri macroelementi (De Matteis et al 2016, De Matteis e Zizi 2019, De Matteis et al 2019). A riprova di tale considerazione, in Figura 1 sono riportate le percentuali di presenza dei vari meccanismi di danno e le relative percentuali di attivazione in riferimento a due specifici insiemi omogenei di chiese danneggiate in seguito agli eventi de L'Aquila (64 chiese a tre navate) e del Centro Italia (68 chiese ad una navata); si può facilmente osservare che, ampiamente diffusi, archi e volte presentano tra le maggiori percentuali di attivazione dei meccanismi correlati.

Attesa dunque la loro vulnerabilità, è importante sottolineare che le strutture voltate svolgono un ruolo cruciale nella sicurezza globale di una struttura in muratura, sia in termini di redistribuzione dei carichi agli elementi verticali, sia in termini di contributi di rigidità. Pertanto, un loro eventuale danneggiamento, in seguito a uno scuotimento sismico, può seriamente compromettere la stabilità dell'intera costruzione. Ne consegue che l'accurata valutazione della loro capacità sismica, unitamente ad una buona conoscenza del comportamento strutturale e dei relativi possibili meccanismi di collasso, sono elementi essenziali per le analisi di natura strutturale, oltre che per la pianificazione di adeguate strategie di intervento.

Le analisi strutturali basate esclusivamente su modelli teorici e numerici risultano difficilmente

generalizzabili se non supportate da test sperimentali (De Matteis e Mazzolani 2010), i quali possono fornire un contributo efficace alla calibrazione e interpretazione dei risultati. Tuttavia, sebbene l'uso combinato di metodi analitici, numerici e test sperimentali possa rappresentare l'approccio più adatto, la definizione di metodi semplificati affidabili e facilmente applicabili per la valutazione strutturale risulta più appropriata dal punto di vista computazionale, ovvero meno onerosa in termini di tempo (De Luca et al. 2004, Rouhi et al 2019).

In questa memoria, dopo una breve rassegna sui metodi di analisi degli archi in muratura sottoposti sia a carichi verticali che orizzontali, è riportato uno studio parametrico preliminare, effettuato attraverso una semplice procedura automatica sviluppata dagli autori, finalizzata a valutare il moltiplicatore di collasso dei carichi orizzontali, secondo un approccio cinematico. In particolare, variando alcune caratteristiche geometriche fondamentali (raggio, eccentricità, spessore) ed il carico verticale degli archi nel campione considerato (sette modelli di arco con sesto da semicircolare ad acuto ribassato, equilatero e lanceolato), lo studio ha portato alla definizione di abachi tipologico-strutturali per una valutazione speditiva, senza ulteriori analisi specifiche, della risposta di un arco in muratura sottoposto a carichi sismici.

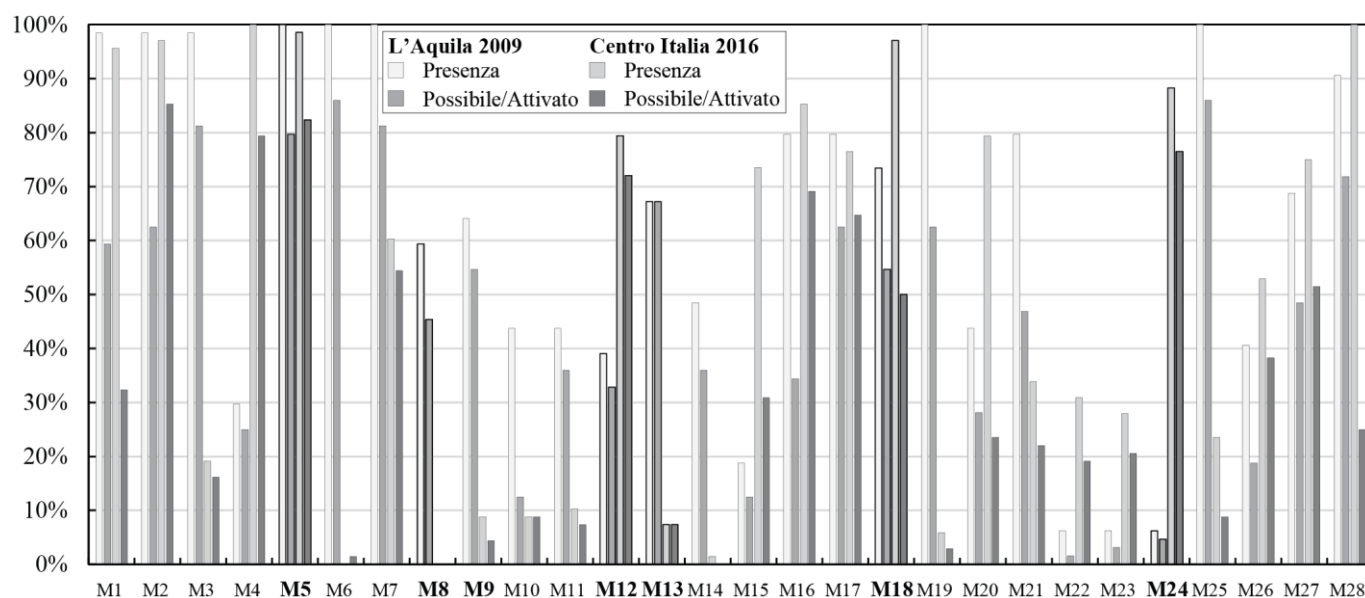


Figura 1. Percentuali di presenza e di attivazione dei meccanismi di danno per chiese in muratura, riscontrate su campioni omogenei a tre navate e una navata interessate rispettivamente dagli eventi sismici de L'Aquila 2009 e Centro Italia 2016. Nel grafico sono enfatizzati i meccanismi di danno relativi al macroelemento "Archi e Volte" (M5, M8, M9, M12, M13, M18, M24).

## 2 L'ANALISI STRUTTURALE DEGLI ARCHI IN MURATURA

### 2.1 *Cenni storici*

Il comportamento statico dell'arco in muratura, inteso come sistema portante definito da una superficie voltata che scarica su due piedritti, è strettamente legato alle caratteristiche geometriche adottate, oltre che agli aspetti derivanti dalla qualità dei materiali e dalle tecniche di assemblaggio adottate.

Gli antichi costruttori, ben consapevoli dell'importanza di un sistema in equilibrio, si affidavano a metodi di progettazione empirici che regolavano perlopiù le proporzioni geometriche.

Già Vitruvio (trad. 1790), nel suo trattato *De Architectura* risalente al I secolo a.C., aveva dimostrato di conoscere l'effetto spingente dell'arco, sottolineando l'importanza di un corretto dimensionamento dei piedritti. Tale intuizione continuò a governare i principi costruttivi: dalle regole empiriche diffuse tra i capomastri medievali, fino alle intuizioni di Da Vinci (1495-1497). Leonardo illustrò una condizione di stabilità per l'arco in muratura, indicando la necessità di avere una linea delle pressioni contenuta interamente nella sezione dell'arco.

Anche in assenza di una vera e propria teoria dimostrabile e riproducibile, il problema della spinta iniziò ad essere centrale nella comprensione del comportamento degli archi. Con l'affiorare degli studi tipologici nei grandi trattati di architettura del XVI secolo, il problema venne esteso alla ricerca della vera forma.

Fu Robert Hooke a teorizzare per primo l'analogia tra una catena sospesa alle due estremità e sottoposta a trazione, e un arco rigido capovolto, sottoposto a compressione, per il quale la catenaria è funicolare dei carichi.

A partire dalla fine del XVII secolo, con l'affermarsi degli studi sulla meccanica, si ebbero i primi schemi strutturali e modelli di calcolo degli archi in muratura; per un approfondimento delle teorie di seguito descritte, si rimanda alle ampie trattazioni di Heyman (1972), Benvenuto (1991) e Di Pasquale (1996).

### 2.2 *Archi in muratura sottoposti a carichi verticali*

Il primo approccio meccanico all'arco è da attribuire a De la Hire (1695, 1712) che, basandosi sulla teoria del cuneo per i singoli

conci, propose un modello semplificato di blocchi rigidi infinitamente resistenti, posti l'uno sull'altro e privi di attrito, mantenuti in equilibrio grazie all'azione reciproca del peso proprio e delle azioni mutue con i conci adiacenti. De la Hire affrontò il doppio problema dell'equilibrio di una volta (o di un arco) indipendente dai piedritti, e del dimensionamento degli stessi, basando il suo modello sulla catenaria di Hooke e anticipando il concetto di poligono delle forze. Per il primo problema egli descrisse un metodo per la determinazione del peso di ciascun concio: tra le varie limitazioni del suo procedimento, vi è l'ipotesi della mancanza di attrito, alla quale lo studioso ricorse in modo contraddittorio per risolvere l'equilibrio del concio di imposta (il quale, altrimenti avrebbe dovuto avere un peso infinito). Per il secondo problema, De la Hire propose un meccanismo di collasso che divide un arco semicircolare in tre blocchi rigidi, con sezione critica a 45° e successivo scorrimento verso il basso della parte centrale. Questa, esercitando un'azione a cuneo sulle parti rimanenti dell'arco e spingendole verso l'esterno, provoca il ribaltamento del piedritto attorno ad una cerniera nel punto esterno della base, per il quale l'equilibrio venne risolto da De la Hire con il principio della leva.

Pur rappresentando un punto di partenza fondamentale per gli studi successivi, la teoria di De la Hire risultò essere errata. Il primo a riprenderla fu De Belidor (1729), che avanzò ipotesi differenti sul punto di applicazione della forza di ribaltamento e sul tipo di leva. Anche Couplet (1730) riprese le stesse ipotesi di rottura a 45°, introducendo però il concetto di "aderenza" tra i conci, che lo portò a considerare un meccanismo di collasso dell'arco in quattro blocchi rigidi, con distacco delle sezioni e formazione di cinque cerniere in chiave, alle reni e alle imposte.

Alcuni decenni più tardi, fu Coulomb (1773) a dimostrare in modo definitivo che la forza di attrito è effettivamente sufficiente ad impedire lo scivolamento tra i conci, rendendone possibile solo una mutua rotazione.

Da questo momento e per tutto il XIX secolo, vi è un cambiamento significativo nell'approccio alle strutture voltate in muratura, che sposterà di fatto il problema dell'arco dalla determinazione di una geometria, in funzione delle sollecitazioni, alla ricerca di una stabilità, attraverso lo studio del massimo carico ammissibile e dei punti di applicazione delle forze resistenti interne all'arco.

In questo contesto, la definizione della curva delle pressioni, intesa come luogo delle successive risultanti dei vettori peso di ciascun blocco (ideale o reale) componente l'arco, divenne la questione principale dei nuovi studi sulla stabilità degli archi in muratura.

Per assicurare uno stato di compressione prevalente ed evitare la parzializzazione delle sezioni con conseguenti sforzi di trazione nell'arco, la linea delle pressioni deve essere contenuta all'interno del suo spessore; comprovata la mancata unicità nella soluzione di equilibrio, diverse ricerche storiche si sono focalizzate sulla determinazione della posizione reale della curva delle pressioni.

Mèry (1840) dimostrò che il problema statico di un arco poteva essere risolto forzando il passaggio del poligono funicolare attraverso due punti assegnati: il terzo medio inferiore nella sezione all'imposta e il terzo medio superiore nella sezione in chiave. Inoltre, altra condizione imposta dalla teoria di Mèry è che la linea d'azione in chiave, per un arco incastrato alle imposte e soggetto a carico simmetrico, sia simmetrica. In questo modo, essendo noti i carichi esterni, è possibile ottenere il percorso della curva delle pressioni che, secondo la teoria di Mèry, deve essere contenuta nel terzo medio dello spessore dell'arco, al fine di evitare appunto sforzi di trazione e garantirne la sicurezza (Figura 2).

Molteplici proposte per la ricerca della vera curva delle pressioni si basarono sulla teoria dell'elasticità, identificandola come la linea che meno si discosta dall'asse dell'arco.

Tuttavia, la trattazione del problema delle strutture in muratura in campo elastico non è giustificata nello studio del calcolo a rottura, per il quale la deformabilità è trascurata e i blocchi sono assunti come rigidi.

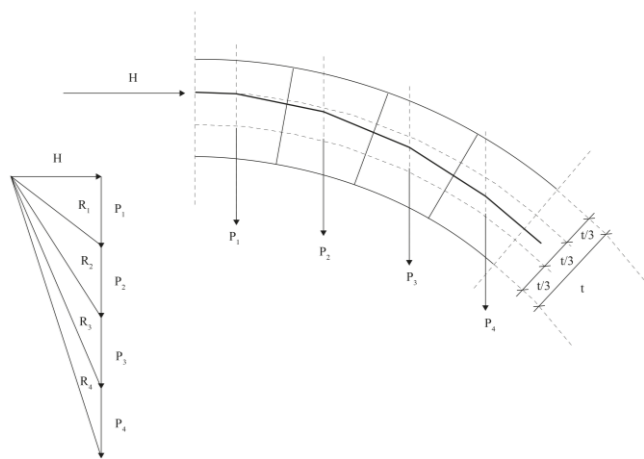


Figura 2. Calcolo della curva delle pressioni secondo la teoria di Mèry.

Il problema venne quindi ricollegato a una formulazione coerente con i metodi del calcolo della rottura da Heyman (1982), che ricorse ad un teorema mirato a determinare una condizione di sicurezza per la stabilità dell'arco.

All'inizio del XX secolo, i nuovi approcci basati sull'analisi limite cambiarono i metodi per la valutazione strutturale di archi e volte in muratura. Secondo la teoria della plasticità, una corretta comprensione del comportamento delle strutture voltate in muratura non può prescindere dallo studio dei possibili meccanismi di collasso.

Heyman (1995) dunque applicò i principi dell'analisi limite alle strutture in muratura e, sulla base delle sue teorie, i metodi adottati per descrivere il comportamento meccanico delle strutture in muratura possono rifarsi a tre ipotesi fondamentali:

- resistenza a compressione infinita;
- resistenza a trazione nulla;
- impossibilità di scorrimento tra i conci.

Queste assunzioni semplificate sono state sviluppate all'interno del teorema statico (i.e. *Safe* o *Lower bound theorem*) e del teorema cinematico (i.e. *Upper bound theorem*), che si riferiscono rispettivamente al concetto di equilibrio e alla possibilità di attivazione di meccanismi di collasso.

In particolare, secondo il teorema statico, un arco è considerato in sicurezza qualora la linea delle pressioni risulti contenuta all'interno dello spessore dell'arco stesso; dunque il collasso non può avvenire se è possibile trovare uno stato ammissibile in equilibrio. Di contro, il teorema cinematico, che ha portato all'applicazione dell'analisi limite per lo studio degli archi e delle volte in muratura, definisce un valore limite di questo stato di sicurezza: nel caso di un meccanismo cinematicamente ammissibile, per il quale il lavoro delle forze esterne è nullo o positivo, la struttura avrà la possibilità di collasso.

Sebbene la teoria di Heyman sia ancora oggi accettata, lo sviluppo di software specifici nel campo dell'ingegneria strutturale ha generato nuovi orizzonti nella valutazione del comportamento strutturale di archi e volte sia per carichi verticali che sismici.

La scelta di un modello numerico appropriato è un problema che influenza notevolmente l'affidabilità dei risultati ottenuti, poiché dipende dall'accuratezza e dalla disponibilità dei dati, oltre che dall'esperto giudizio dell'operatore. I modelli numerici basati su analisi DEM (metodo degli elementi discreti) e FEM (metodo degli elementi finiti) vengono spesso utilizzati nello studio di archi e volte pur soffrendo di alcune limitazioni,

ad es. Kamiński (2010), Rossi et al (2015) e Pulatsu et al (2018). Tuttavia, per descrivere i fenomeni alla scala del singolo mattone con i metodi FEM, ad esempio, è necessaria una scala di approssimazione molto bassa, ovvero in accordo alla classificazione di Lourenço (1996), una micromodellazione dettagliata, con conseguente dispendio di tempo ed elevati sforzi computazionali, che richiedono un giudizio ingegneristico esperto per l'interpretazione dei risultati numerici.

### 2.3 Archi in muratura sottoposti a carichi orizzontali

Gli edifici in muratura, e in particolare archi e volte, possono essere studiati ai fini della valutazione della capacità sismica grazie all'analisi cinematica. Il calcolo dei moltiplicatori di collasso è un'operazione indispensabile per verificare la stabilità della struttura nei confronti della formazione dei meccanismi di collasso.

Ogni meccanismo locale di corpo rigido può essere descritto da un insieme di blocchi murari, considerati indeformabili (e non disgregabili), collegati attraverso vincoli interni (ad esempio cerniere), tali da costituire una catena cinematica ad un grado di libertà. Ciascun meccanismo può essere verificato con analisi che vanno dalla statica, lineare o non lineare, alla dinamica non lineare.

Durante un cinematismo, le azioni stabilizzanti (peso proprio e carico verticale esterno) si oppongono alle azioni orizzontali (ad es. forze sismiche) e, qualora queste ultime superino un certo valore, si crea un meccanismo di collasso. Trascurando una deformabilità di tipo elastico e adottando il modello a blocchi rigidi, l'analisi cinematica lineare di un arco viene così sviluppata:

- previsione e descrizione di un possibile cinematismo (ad es. definizione delle quattro cerniere di rotazione non dissipative sufficienti ad attivare il cinematismo);
- valutazione del moltiplicatore orizzontale dei carichi inteso come forza necessaria minima ad attivare il meccanismo;
- verifica di sicurezza.

L'approccio cinematico lineare si basa sulla valutazione dell'azione orizzontale che è in grado di attivare il cinematismo, confrontando l'accelerazione necessaria per attivare il cinematismo e la massima accelerazione al suolo corrispondente allo stato limite di interesse.

Di contro, approcci non lineari, siano essi di natura statica o dinamica, richiedono, mediante l'utilizzo di modelli di materiale molto più

sofisticati, la determinazione dell'azione orizzontale che la struttura è progressivamente in grado di sopportare all'evolversi del meccanismo (G.U. no. 8, 2018, G.U. no. 35, 2019).

## 3 LO STUDIO PARAMETRICO

### 3.1 Obiettivi

Come ampiamente illustrato nei paragrafi precedenti, la capacità sismica di una struttura ad arco in muratura è fortemente influenzata e dalle sue proporzioni geometriche e dall'entità dei carichi verticali esterni.

L'obiettivo principale del presente studio è quello di fornire metodologie di valutazione della vulnerabilità sismica di tipo speditivo per archi in muratura. A tal fine, è stato effettuato uno studio parametrico considerando due diverse tipologie di arco (semicircolare e a sesto acuto ribassato, equilatero o lanceolato), variandone le condizioni di carico verticale e lo spessore.

La procedura, nel contesto più ampio di valutazione speditiva della vulnerabilità sismica di beni architettonici in muratura, pone le basi per la realizzazione di abachi tipologici, finalizzati all'analisi preliminare della sicurezza di tali strutture che, come esposto nel primo paragrafo di questa memoria, sono caratterizzate da significativa vulnerabilità sismica.

### 3.2 Definizione dei parametri

Considerando la natura comparativa dello studio e atteso che variando proporzionalmente le caratteristiche geometriche dell'arco non ne vengano alterate le capacità strutturali, i parametri geometrici investigati sono stati adimensionalizzati in funzione della semi-luce dell'arco ( $s$ ). Inoltre, i carichi verticali esterni sono stati espressi come quota parte del carico verticale massimo ammissibile per ciascuna configurazione e in tutte le analisi effettuate è stato considerato un peso specifico della muratura pari a  $\gamma = 1600 \text{ kg/m}^3$ .

Le quattro tipologie di arco investigate (arco semicircolare e sei configurazioni di arco a sesto acuto), risultano dunque definite in funzione del rapporto  $e/s$ , ovvero del rapporto tra l'eccentricità, espressa come la distanza del centro di ciascun semiarco che lo compone rispetto all'asse centrale dell'arco, e la semi-luce dell'arco stesso (assunta come unitaria).

In questo modo, sono state definite le seguenti geometrie (Figura 3):

- $e/s=0$  (arco circolare);



- $e/s=0.25$
- $e/s=0.5$ ;
- $e/s=0.75$ ;
- $e/s=1$  (arco a sesto acuto equilatero);
- $e/s=1.25$
- $e/s=1.5$ .

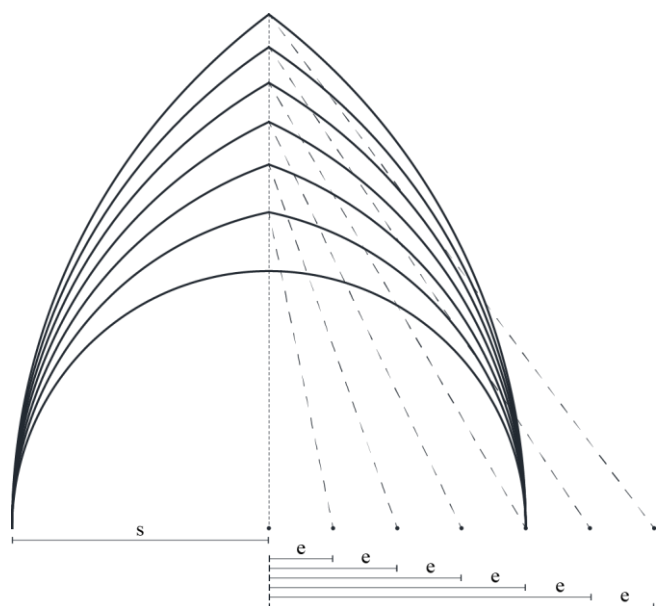


Figura 3. Definizione geometria degli archi investigati.

Per quel che concerne invece gli spessori ( $t$ ) adottati, anch'essi sono stati individuati in funzione della semi-luce dell'arco. Partendo dal massimo rapporto  $t/2s=1/10$ , rilevato dall'Alberti (trad. 1546) negli archi romani, e restando entro il rapporto di  $t/2s=1/18$ , calcolato da Heyman come spessore minimo per l'arco semicircolare sotto l'azione del solo peso proprio, sono stati definiti i seguenti rapporti:

- $t/s=0.125$ ;
- $t/s=0.15$ ;
- $t/s=0.175$ ;
- $t/s=0.2$ .

Inoltre, per valutare l'effetto dei carichi verticali sulla capacità sismica degli archi, sono stati assunti quattro diversi livelli di carico linearmente distribuito, definiti in proporzione al carico massimo sopportabile dall'arco, ovvero:

- nessun carico verticale:  $q=0$ ;
- carico verticale pari al 25% del carico massimo:  $q=0.25q_{max}$ ;
- carico verticale pari al 50% del carico massimo:  $q=0.5q_{max}$ ;
- carico verticale pari al 75% del carico massimo:  $q=0.75q_{max}$ .

Attraverso la combinazione dei parametri geometrici con i livelli di carico verticale definiti, sono state condotte 96 analisi in totale, finalizzate alla determinazione del moltiplicatore di collasso orizzontale mediante analisi limite con approccio cinematico.

### 3.3 Valutazione del massimo carico verticale

La scelta di definire il carico verticale agente come proporzionale al massimo carico ammissibile ha reso necessarie alcune considerazioni preliminari. Il problema della determinazione del massimo carico verticale per ciascuna configurazione analizzata è stato risolto, infatti, ricorrendo al teorema fondamentale dell'unicità dell'analisi limite, il quale prevede che il massimo carico verticale sia lo stesso qualora si assuma un approccio statico (limite superiore) o cinematico (limite inferiore).

Partendo dunque da questa assunzione e restando nelle tre ipotesi di infinita resistenza a compressione della muratura, resistenza a trazione nulla e assenza di scorrimento tra i conci (Heyman 1995), è possibile ammettere che, qualora vi sia una curva delle pressioni ottenuta dai vettori forza risultanti di ciascun blocco contenuta nello spessore dell'arco, allora l'arco è sicuramente verificato (Figura 4).

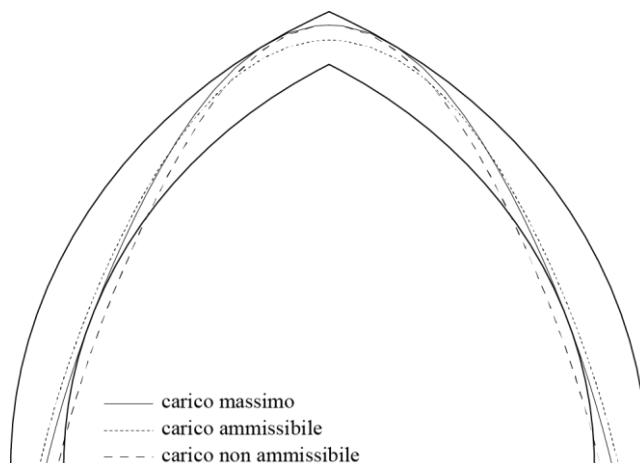


Figura 4. Determinazione del carico massimo ammissibile secondo un'analisi limite con approccio statico.

Considerata la mole di analisi da effettuare e trattandosi di un processo iterativo finalizzato alla costruzione della linea delle pressioni per ciascun arco e per ciascun incremento di carico, è stata sviluppata una procedura automatica in *Visual Basic Application for Excel* (VBA), per mezzo della quale è stato possibile determinare il valore del massimo carico verticale staticamente ammissibile su ogni configurazione geometrica di arco considerata.

Tale procedura prevede dunque l'inserimento in input dei dati geometrici e delle caratteristiche di materiale, ovvero:

- luce dell'arco ( $2s$ );
- spessore dell'arco, ( $t$ );
- eccentricità dell'arco ( $e$ );
- peso specifico ( $\gamma$ ).

A partire da questi dati, per ogni incremento di carico verticale, assumendo una risultante delle

forze orizzontale in chiave e variandone la posizione, viene calcolata la curva delle pressioni, fintanto che non sia verificata la condizione per la quale essa risulti interna allo spessore dell'arco. Durante l'analisi, nel momento in cui il sistema individua una curva delle pressioni che rispetti tale condizione, la procedura passa automaticamente allo step di carico successivo; in caso contrario, se non esiste una curva delle pressioni contenuta nello spessore dell'arco, viene restituito in output il carico massimo corrispondente allo step precedente.

I risultati ottenuti, normalizzati rispetto al massimo carico determinato (corrispondente all'arco avente  $e/s=1.5$  e  $t/s=0.2$ ) sono riportati in Figura 5 e mostrano come, all'aumentare dell'eccentricità dell'arco, si ottengano valori del carico verticale maggiori (con una dipendenza meno che lineare, a parità di spessore). Ovviamente, il valore del massimo carico verticale risulta fortemente influenzato anche dallo spessore dell'arco. Difatti, come meglio apprezzabile dal grafico di Figura 6, la dipendenza del carico massimo rispetto al parametro  $t/s$  mostra un andamento pressoché parabolico.

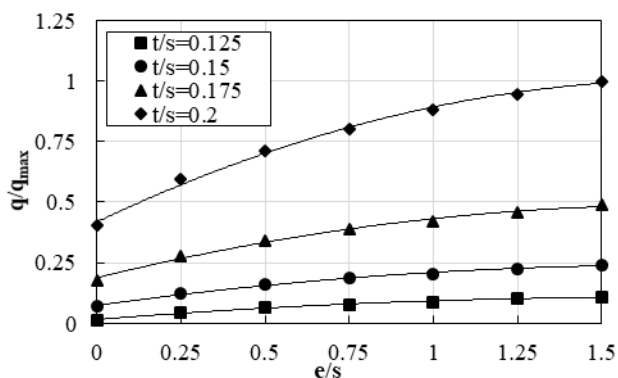


Figura 5. Massimo carico portante verticale (normalizzato rispetto al valore massimo) in funzione dell'eccentricità.

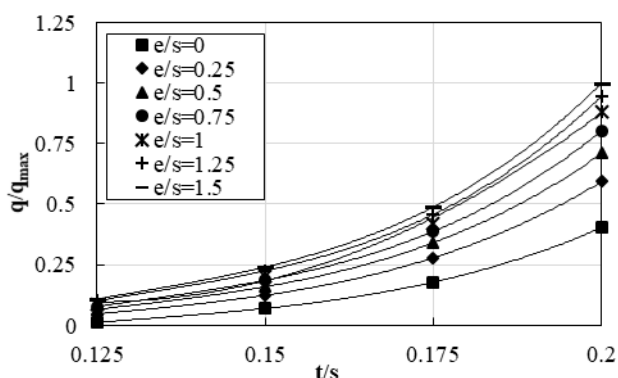


Figura 6. Massimo carico portante verticale (normalizzato rispetto al valore massimo) in funzione dello spessore.

## 4 I RISULTATI OTTENUTI

### 4.1 Valutazione del moltiplicatore dei carichi orizzontali: analisi limite con approccio cinematico

L'analisi limite con approccio cinematico adottata ai fini del presente studio, applicata per valutare il massimo moltiplicatore orizzontale dei carichi, è basata anch'essa sulle tre ipotesi fondamentali del comportamento meccanico della muratura di Heyman (1995). Attraverso queste assunzioni, un arco in muratura è considerato come un insieme di blocchi rigidi non deformabili e il suo collasso è dovuto alla formazione di cerniere non dissipative che inducono la struttura a un meccanismo cinematico. Nei casi di specie, condizione sufficiente e necessaria affinché in un arco soggetto ad accelerazione uniforme orizzontale si crei un meccanismo cinematico staticamente ammissibile, è la formazione di quattro cerniere poste alternativamente all'intradosso e all'estradosso (Figura 7).

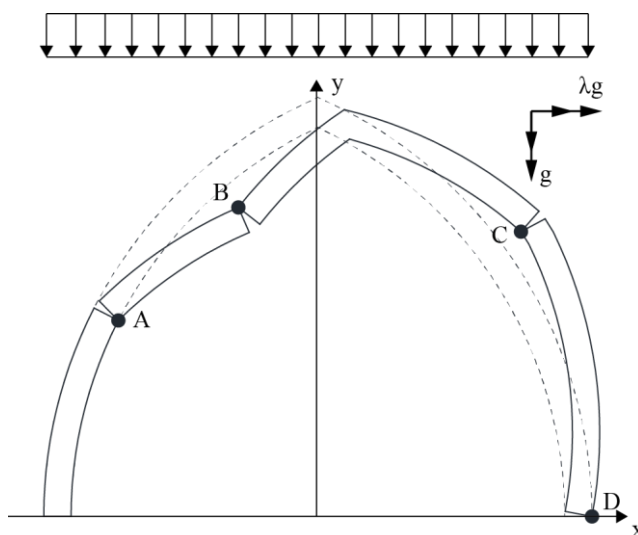


Figura 7. Possibile meccanismo di collasso di un arco soggetto a carico verticale (uniformemente distribuito) e accelerazione orizzontale uniforme

In funzione della posizione delle cerniere è possibile dunque determinare il moltiplicatore dei carichi orizzontali sufficiente per causare il collasso, applicando il principio dei lavori virtuali di Equazione 1:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^3 [(M_i \cdot g + q_i) \cdot v_i]}{\sum_{i=1}^3 (M_i \cdot g + u_i)} \quad (1)$$

dove  $M_i$  è la massa dell' $i$ -esimo blocco indeformabile,  $q_i$  è il carico verticale agente sull' $i$ -esimo blocco indeformabile,  $g$  è

l'accelerazione gravitazionale e  $v_i$  e  $u_i$  sono rispettivamente gli spostamenti virtuali verticali e orizzontali valutati nel baricentro dell' $i$ -esimo blocco indeformabile.

L'entità degli spostamenti virtuali viene definita in funzione della rotazione che ciascun blocco rigido subisce per effetto del carico orizzontale, valutata imponendo una rotazione infinitesima al blocco compreso tra le cerniere A e B di Figura 7 e attraverso la costruzione della catena cinematica. Tuttavia, la reale posizione delle cerniere è quella che restituisce il minore moltiplicatore dei carichi orizzontali. Pertanto risulta necessario, anche per questo tipo di analisi, un approccio iterativo consistente nella valutazione del moltiplicatore  $\lambda$ , attraverso la formulazione di (1), per ciascuna posizione ammissibile delle cerniere.

Considerato ciò, anche in questo caso, è stata implementata una procedura automatica VBA in grado di restituire in output il valore del minimo acceleratore di collasso  $\lambda$  e la posizione delle quattro cerniere non dissipative. Tale procedura è finalizzata a valutare, in funzione delle caratteristiche geometriche dell'arco ( $2s$ ,  $t$ ,  $e$ ), della densità del materiale ( $\gamma$ ) e del carico verticale agente ( $q$ ), il moltiplicatore dei carichi orizzontali per ogni posizione ammissibile delle cerniere non dissipative, restituendo in output il

minor valore di  $\lambda$  ottenuto e le corrispondenti posizioni delle cerniere.

#### 4.2 I risultati dello studio parametrico

I risultati ottenuti dalle 96 analisi sono riportati graficamente in Figura 8 e in Figura 9, dove per ciascun livello di carico e ciascuno spessore considerato sono forniti i valori delle accelerazioni di collasso ottenute al variare delle eccentricità degli archi.

Dai risultati ottenuti è possibile dedurre che il livello di carico verticale influenza fortemente il comportamento sismico degli archi in muratura. Inoltre, è possibile osservare che, in assenza di carico verticale e per spessori significativi, l'aumento dell'eccentricità induce ad una riduzione della capacità nei confronti dei carichi orizzontali. Tuttavia, l'andamento meno che lineare riscontrato in assenza di carico verticale per  $t/s=0.175$  e  $t/s=0.2$  non è osservabile in caso di presenza di carico verticale, essendo state ottenute minori prestazioni sismiche per gli archi circolari rispetto agli archi a sesto acuto. Tale aspetto trova giustificazione nel fatto che, avendo gli archi con  $e/S=0$  minore resistenza a carichi verticali, l'effetto benefico del sovraccarico è meno accentuato rispetto a quello riscontrato per gli archi a sesto acuto, atteso che la quota di carico verticale è stata sempre assunta in funzione del massimo carico supportabile.

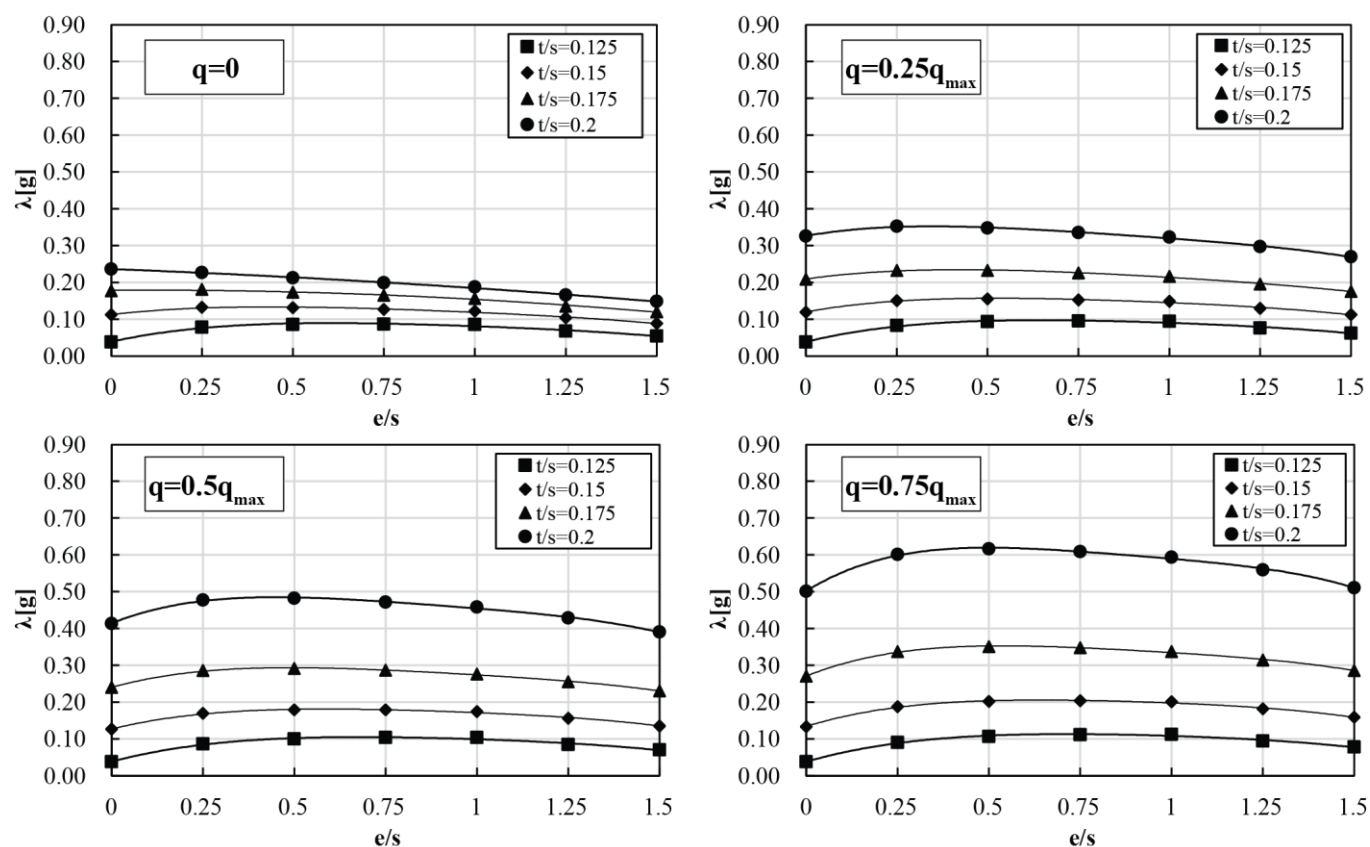


Figura 8. Risultati delle analisi parametriche: grafici  $\lambda$ - $e/S$  per ciascun livello di carico verticale.



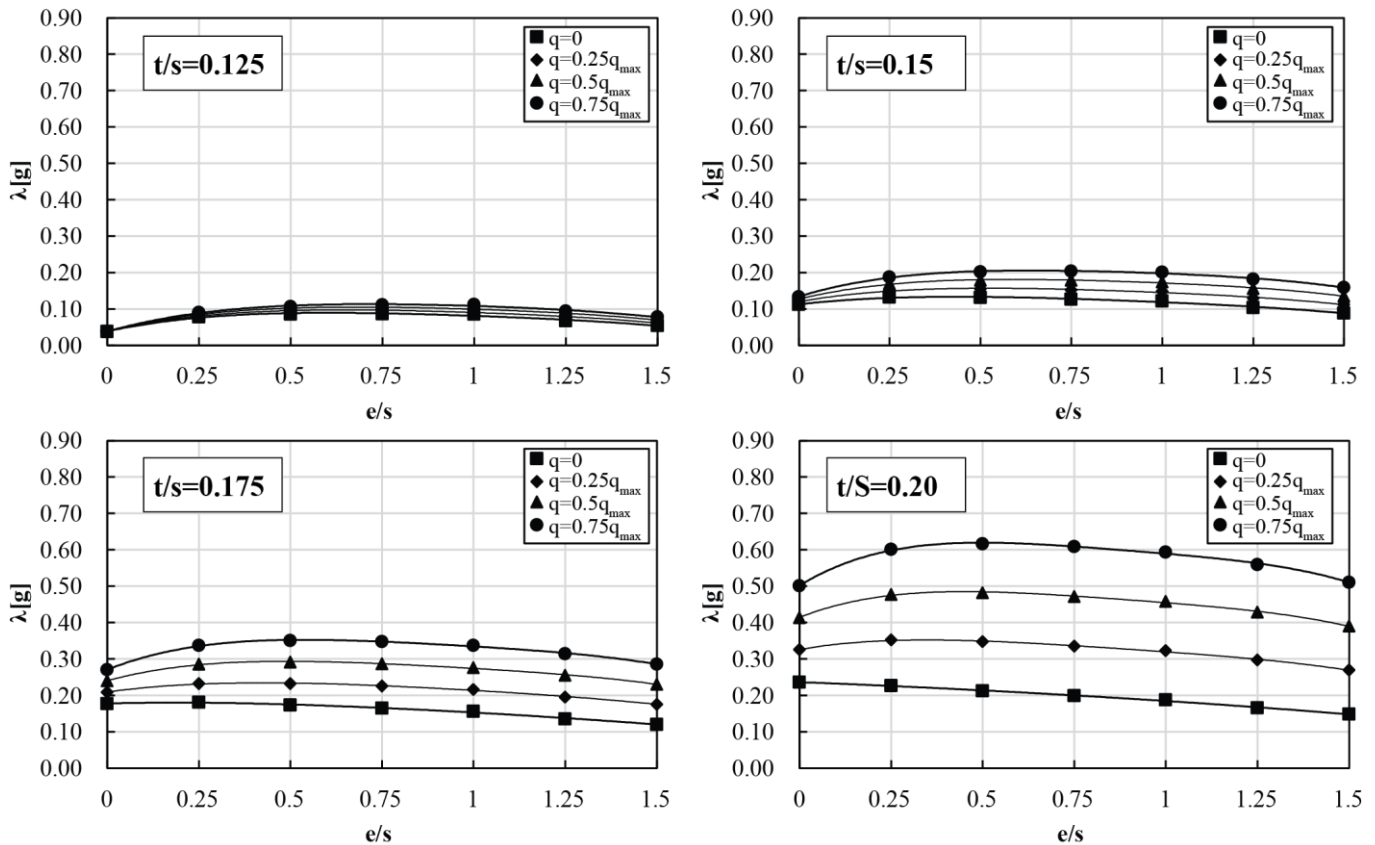


Figura 9. Risultati delle analisi parametriche: grafici  $\lambda$ - $e/S$  per ciascun spessore considerato

È stato altresì riscontrato che, per spessori maggiori, l'effetto del carico verticale risulta maggiormente influente; ed infatti, per bassi spessori, l'arco è già prossimo alla crisi per carichi verticali, per cui risulta dunque sufficiente una minima accelerazione orizzontale per provocarne il collasso.

#### 4.3 Abachi di valutazione speditiva

Le analisi condotte, seppur con un approccio semplificato che ad esempio trascura eventuali meccanismi comprendenti il contributo degli elementi verticali, forniscono utili indicazioni preliminari qualitative circa la sicurezza sismica di archi in muratura. Tuttavia, sebbene le risultanze ottenute con tale approccio possano considerarsi conservative, è possibile ammettere che i valori di accelerazione così definiti trovino un buon riscontro con quelli valutati per mezzo di metodi analitici o numerici più sofisticati, qualora l'arco considerato insista su elementi verticali aventi significativa rigidità e qualora restino attese le condizioni al contorno considerate nell'approccio cinematico.

Nell'ottica della conservazione e protezione del patrimonio culturale esistente, con particolare riferimento alle chiese, lo studio viene proseguito con un'analisi qualitativa, finalizzata a restituire un livello di sicurezza sismica preliminare di strutture voltate. A tale scopo, si è operato un confronto tra le accelerazioni di collasso valutate

con la procedura automatica implementata e le accelerazioni di picco al suolo (PGA) previste dall'attuale normativa tecnica nella definizione delle zone di pericolosità sismica (periodo di ritorno  $T_R=475$  anni su suolo rigido), ovvero:

- Bassa:  $PGA \leq 0.05g$ ;
- Medio-bassa:  $0.05g < PGA \leq 0.15g$ ;
- Medio-alta:  $0.15g < PGA \leq 0.25g$ ;
- Alta:  $0.25g < PGA \leq 0.3g$ .

Mettendo quindi a sistema le accelerazioni di riferimento con i risultati ottenuti, è stato possibile implementare abachi utili per una valutazione speditiva preliminare della capacità sismica di archi in muratura.

Attraverso gli abachi riportati in Figura 10, una volta individuato il livello di carico verticale agente sull'arco considerato, definito qualitativamente in nullo ( $q=0$ ), basso ( $q=0.25q_{max}$ ), medio ( $q=0.5q_{max}$ ) e alto ( $q=0.75q_{max}$ ), è possibile determinare il livello di sismicità massimo per la quale un arco con le stesse caratteristiche geometriche risulterebbe in sicurezza.

La classificazione del livello di pericolosità sismica massimo di appartenenza è avvenuta prelevando, dall'analisi con il metodo cinematico, il valore del moltiplicatore orizzontale dei carichi maggiore del limite superiore dello specifico livello ma minore del limite superiore del livello successiva.

Limite inferiore livello di sicurezza sismico: — B = Basso  
 ..... M-B = Medio-Basso  
 - - - - M-A = Medio-Alto  
 - - - - A = Alto

| Carico nullo |           |          |           |         | Carico basso |           |          |           |         |
|--------------|-----------|----------|-----------|---------|--------------|-----------|----------|-----------|---------|
| e/S          | t/S=0.125 | t/S=0.15 | t/S=0.175 | t/S=0.2 | e/S          | t/S=0.125 | t/S=0.15 | t/S=0.175 | t/S=0.2 |
| 0            | /         | B        | M-B       | M-B     | 0            | /         | B        | M-B       | A       |
| 0.25         | B         | B        | M-B       | M-B     | 0.25         | B         | M-B      | M-B       | A       |
| 0.5          | B         | B        | M-B       | M-B     | 0.5          | B         | M-B      | M-B       | A       |
| 0.75         | B         | B        | M-B       | M-B     | 0.75         | B         | M-B      | M-B       | A       |
| 1            | B         | B        | M-B       | M-B     | 1            | B         | B        | M-B       | A       |
| 1.25         | B         | B        | B         | M-B     | 1.25         | B         | B        | M-B       | M-A     |
| 1.5          | B         | B        | B         | B       | 1.5          | B         | B        | M-B       | M-A     |

| Carico M |           |          |           |         | Carico alto |           |          |           |         |
|----------|-----------|----------|-----------|---------|-------------|-----------|----------|-----------|---------|
| e/S      | t/S=0.125 | t/S=0.15 | t/S=0.175 | t/S=0.2 | e/S         | t/S=0.125 | t/S=0.15 | t/S=0.175 | t/S=0.2 |
| 0        | /         | B        | M-B       | A       | 0           | /         | B        | M-A       | A       |
| 0.25     | B         | M-B      | M-A       | A       | 0.25        | B         | M-B      | A         | A       |
| 0.5      | B         | M-B      | M-A       | A       | 0.5         | B         | M-B      | A         | A       |
| 0.75     | B         | M-B      | M-A       | A       | 0.75        | B         | M-B      | A         | A       |
| 1        | B         | M-B      | M-A       | A       | 1           | B         | M-B      | A         | A       |
| 1.25     | B         | M-B      | M-A       | A       | 1.25        | B         | M-B      | A         | A       |
| 1.5      | B         | B        | M-B       | A       | 1.5         | B         | M-B      | M-A       | A       |

Figura 10. Abachi di valutazione speditiva del livello di sicurezza sismico.

I risultati mostrati evidenziano come, per l'arco semicircolare con rapporto  $t/s=0.125$ , indipendentemente dal valore di carico verticale, non vi sia la possibilità di essere in sicurezza in alcuna zona sismica. Tale evidenza, come già commentato precedentemente, è da ricondursi al fatto che archi con bassi spessori, siano vicino alla crisi già per carichi verticali e dunque risulta sufficiente una modesta accelerazione orizzontale per causarne il collasso. Altresì è evidente come il carico verticale influisca in maniera considerevole sulla stabilità dell'arco: già per valori di carico definito "basso" sono stati individuate configurazioni geometriche di archi che risulterebbero verificate anche in caso di un'elevata pericolosità sismica.

## 5 CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Nella presente memoria è stato proposto e sviluppato un metodo di valutazione preliminare della sicurezza sismica per archi in muratura, largamente diffusi negli edifici monumentali ed in particolar modo nelle chiese. La metodologia proposta, basata sui concetti fondamentali dell'analisi limite, per la determinazione del massimo carico verticale ammissibile (approccio

statico) e del moltiplicatore dei carichi orizzontali (approccio cinematico), ha consentito di sviluppare un'ampia analisi parametrica, condotta su 96 diversi casi di archi in muratura, implementata variando geometria e livelli di carico verticale. Sulla scorta dei risultati ottenuti, sono stati definiti semplici abachi per la valutazione speditiva del livello di sicurezza sismico degli archi in funzione dei livelli di accelerazione previsti dalla normativa tecnica attualmente in vigore sul territorio Italiano.

Lo studio, condotto con le procedure descritte, pone le basi per sviluppi più ampi della ricerca nel prossimo futuro, finalizzati, oltre che ad allargare il campo di indagine estendendo le analisi effettuate, ad investigare gli effetti di altri parametri, quali ad esempio l'angolo di imposta, il contributo degli elementi verticali ed eventuali diverse distribuzioni del carico verticale.

## RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro di ricerca è stato sviluppato nell'ambito del Programma Operativo Nazionale ESF-ESFR Ricerca e Innovazione (PON RI 2014-2020), Azione I.1 relativo al Dottorato Innovativo a caratterizzazione industriale (Codice unico del

progetto - CUP - B29D17001610006) e nell'ambito del Progetto Esecutivo Convenzione DPC/ReLUIS 2019-2021, MAPpe di Rischio e scenari di danno Sismico (MARS).

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Alberti, L. B., 1546. *I dieci libri de L'Architettura Di Leon Battista De Gli Alberti Fiorentino* (P. Lauro, Trad.). Vinegia: Appresso Vincenzo Vaugris.
- Benvenuto, E., 1991. *An introduction to the history of structural mechanics - Part II: vaulted structures and elastic*, Springer-Verlag New York Inc.
- Calvi, G.M., Pinho, R., Magenes, G., Bommer, J.J., Restrepo-Vélez, L.F., Crowley, H., 2006. Development of seismic vulnerability assessment methodologies over the past 30 years, *Journal of Earthquake Technology* **43** (3), 75-104.
- Coulomb, C. A., 1773. *Essai sur une application de maximis & minimis a quelques problemes de statique relatifs a l'architecture*. In *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*.
- Couplet, P., 1732. *Seconde partie de l'examen de la poussée des Voûtes*. In *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*.
- Da Vinci, L., 1495-1497. *Codice Foster II*, Victoria and Albert Museum, Londra.
- De Bélidor, B. F., 1729. *La Science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture*.
- De La Hire, P., 1695. *Traité de Mécanique*.
- De La Hire, P., 1712. *Sur la construction des voûtes dans les édifices*. In *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*.
- De Luca, A., Giordano, A., Mele, E., 2004. A simplified procedure for assessing the seismic capacity of masonry arches. *Engineering Structures* **26**, 1915-29.
- De Matteis, G., Cacace, D., Rohui, J., 2019. Masonry vaults: architectural evolution, structural behaviour and collapse mechanisms. In *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference Structural Engineering World Congress (SEWC 2019)*. Aprile 24-26. Istanbul, Turchia.
- De Matteis, G., Criber, E., Brando, G., 2016. Damage probability matrices for three-nave masonry churches in Abruzzi after the 2009 L'Aquila earthquake. *International Journal of Architectural Heritage* **10** (2-3), 120-45.
- De Matteis, G., Mazzolani, F.M., 2010. The Fossanova church: seismic vulnerability assessment by numerical and physical testing. *International Journal of Architectural Heritage*, **4**, 222-245
- De Matteis, G., Zizi, M., 2019. Seismic Damage Prediction of Masonry Churches by a PGA-Based Approach. *International Journal of Architectural Heritage*. doi:10.1080/15583058.2019.1597215.
- Di Pasquale, S., 1996. *L'arte del costruire. Tra conoscenza e scienza*, Marsilio.
- G.U. no. 35 2019, 21 Gennaio (suppl. ord. no. 5). Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni» di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018, Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, Roma, Italia.
- G.U. no. 8 2018, 20 Febbraio (suppl. ord. no. 42). Decreto Ministeriale 17 gennaio 2018, Aggiornamento delle «Norme tecniche per le Costuzioni», Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, Roma, Italia.
- Heyman, J., 1972. *Coulomb's memoir on statics: an essay in the history of civil engineering*, Cambridge University Press.
- Heyman, J., 1982. *The masonry arch*. Ellis Horwood.
- Kamiński, T., 2010. Tests to collapse of masonry arch bridges simulated by means of FEM. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International IABAMAS Conference*. Luglio 11-15, Philadelphia, USA.
- Lagomarsino, S., Podestà, S., 2004a. Seismic Vulnerability of Ancient Churches: II. Statistical Analysis of Surveyed Data and Methods for Risk Analysis, *Earthquake Spectra* **20** (2), 395-412.
- Lagomarsino, S., Podestà, S., 2004b. Damage and Vulnerability Assessment of Churches after the 2002 Molise, Italy, Earthquake, *Earthquake Spectra* **20** (1), 271-283.
- Lourenço, P. B., 1996. Computational strategies for masonry structures (PhD thesis). Delft University Press.
- Méry, E., 1840, *Sur l'équilibre des voutes en berceau*, *Annales de Ponts et Chaussées*.
- Pulatsu, B., Erdogmus, E., Lourenço, P.B., 2018. Simulation of Masonry Arch Bridges Using 3D Discrete Element Modelling. *Proceedings of the 11<sup>th</sup> Conference on Structural Analysis of Historical Constructions (SAHC 2018)*. Settembre, 11-13, Cusco, Perù.
- Rossi, M., Calderini, C., Milani, G., Lagomarsino, S., 2015. Numerical and experimental analysis of an in-scale masonry cross-vault prototype up to failure. *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference of Computational Methods in Sciences and Engineering 2015 (ICCMSE 2015)*, Marzo 20-23, Atene, Grecia.
- Rouhi, J., Cacace, D., Corlito, V., Zizi, M., De Matteis, G., 2019. Literature review on the structural preservation of arches and vaults in masonry churches. *Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Utopian & Sacred Architecture Studies (USAS)*. Giugno 11-13, Aversa, Italia.
- Vitruvius Pollio, M. (1790). *L'Architettura di M. Vitruvio Pollione*, tradotta e comentata dal Marchese B. Galiani [...] Edizione seconda ricorretta, [...] (B. GALIANI, Trad.). Napoli: Fratelli Terres.