



Valutazioni preliminari su base sperimentale per un criterio di stabilità di oggetti appoggiati

Luisa Berto^a, Emilio Meroi^a, Irene Rocca^a, Anna Saetta^a

^a *Dipartimento di Culture del Progetto, Università IUAV di Venezia. Campus Terese, Dorsoduro 2206. 30123 Venezia – Italy*

Keywords: rocking, ribaltamento, verifica sismica, elementi appoggiati, test sperimentali

ABSTRACT

In questo lavoro vengono presentati alcuni risultati di una campagna di prove sperimentali eseguita su una serie di campioni, diversi per forma e materiale, semplicemente appoggiati e sollecitati da forzanti armoniche e da segnali sismici. Vengono discussi i limiti usualmente assunti per la definizione dei criteri di oscillazione e ribaltamento ottenuti in base all'ipotesi di corpo rigido. Sulla base dei risultati delle prove, vengono proposte alcune valutazioni preliminari per la definizione di un criterio di stabilità che tenga conto della presenza di imperfezioni dei campioni, utilizzabile per la valutazione di sicurezza di elementi non strutturali reali, in condizioni di semplice appoggio, quali sono la maggior parte degli elementi che appartengono alla categoria "beni contenuti negli edifici".

1 INTRODUZIONE

Negli ultimi anni si è assistito ad un crescente interesse per il "sistema edificio" nel suo complesso, ricercando metodi e soluzioni per garantirne prestazioni elevate (in termini di efficienza energetica, sostenibilità, sicurezza, comfort, etc.) e limitarne le perdite economiche legate al normale utilizzo così come ad eventi estremi quale ad esempio il sisma.

In tale contesto si colloca l'importanza riservata agli elementi non strutturali (quali impianti, elementi architettonici, beni contenuti) dalle moderne normative sismiche in Europa e in tutti i paesi ad elevato rischio sismico come USA, Nuova Zelanda, Giappone. È cresciuta, infatti, la consapevolezza che il danneggiamento degli elementi non strutturali, oltre a ridurre l'operatività degli edifici causandone limitazioni di utilizzo, associate spesso a costi elevati, può avere conseguenze anche sulla salvaguardia della vita stessa, sia dirette, in seguito a rotture o collassi, sia ad esempio ostacolando l'evacuazione in sicurezza.

I beni contenuti all'interno degli edifici rappresentano una particolare categoria di elementi non strutturali. In alcuni casi si tratta di beni di valore, il cui danneggiamento implica anche perdite rilevanti di carattere culturale, artistico, economico. Molto spesso questi oggetti sono in condizioni di semplice appoggio, per cui

la loro risposta sismica può essere valutata adottando il modello di corpo rigido che considera l'equilibrio limite con riferimento ai possibili moti di oscillazione e ribaltamento. È particolarmente ricca la letteratura scientifica sullo studio della dinamica del corpo rigido, dai primi lavori di Milne (1881) e di Housner (1963), sino a più recenti lavori in ambito analitico e numerico (e.g. Yim et al. 1980, Lipscombe and Pellegrino 1993, Makris and Roussos 1998, Zhang and Makris 2001, Sorrentino et al. 2006) e sperimentale (e.g. Liberatore and Spera 2001, Purvance et al. 2008, Kafle et al. 2011, Wittich and Hutchinson 2015). Tuttavia, nella pratica progettuale, è necessario mettere a punto criteri semplificati per valutare la risposta sismica ad oscillazione e ribaltamento di tali elementi. Per quanto riguarda in particolare il fenomeno del ribaltamento, alcuni criteri proposti in letteratura e in normativa sono stati messi a confronto in Berto et. al. 2018 (Ishiyama 1982, Lam-Gad 2008, analisi cinematica lineare e non lineare proposta nelle Norme italiane NTC 2008, Circolare 2009).

Nel presente lavoro si riportano alcuni risultati di una serie di prove sperimentali su campioni in legno e marmo, semplicemente appoggiati alla base e soggetti a segnali armonici e sismici. In particolare, vengono indagati i valori di accelerazione e velocità alla base che inducono al fenomeno del ribaltamento, e vengono confrontati

con quanto previsto dal criterio di ribaltamento di Ishiyama, ampiamente utilizzato a livello internazionale per le valutazioni di vulnerabilità sismica di oggetti semplicemente appoggiati.

2 CRITERIO DI RIBALTAMENTO

Attraverso una vasta e approfondita serie di analisi numeriche e sperimentali, Ishiyama (1982, 1984) ha proposto un criterio per la valutazione della condizione di ribaltamento per corpi rigidi appoggiati sottoposti ad un'accelerazione sismica applicata alla base. Tale criterio si basa essenzialmente sulle misure di intensità sismica (IM) di accelerazione e velocità. In particolare, Ishiyama ha assunto come limite inferiore dell'accelerazione massima che può innescare il fenomeno del ribaltamento a_c , definita dalla condizione di inizio oscillazione, ricavabile da semplici relazioni di equilibrio alla rotazione rispetto allo spigolo, e introdotta già da Milne (1881):

$$a_c = \frac{B}{H} g \quad (1)$$

dove H rappresenta l'altezza del baricentro G del blocco, B il valore minimo delle distanze tra il bordo della base attorno cui avviene l'oscillazione e la proiezione di G nella direzione del moto e g l'accelerazione di gravità. In caso di corpo simmetrico $B = b/2$, dove b la larghezza della base, Figura 1.

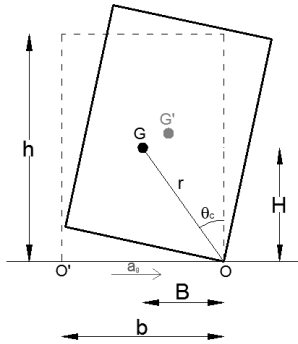


Figura 1. Parametri geometrici del corpo rigido

Per quanto riguarda la velocità, assunto che non ci sia scivolamento tra il corpo e l'oggetto, attraverso un bilancio dell'energia ed imponendo la conservazione della quantità di moto, si può determinare la velocità di traslazione orizzontale della base di appoggio necessaria per il ribaltamento del corpo rigido:

$$\bar{v} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{I_0}{M} \cdot (1 - \cos \theta_c) \cdot \frac{1}{r \cdot \cos^2 \theta_c}} \quad (2)$$

dove $I_0/M = i^2 + r^2$, con i raggio d'inerzia baricentrico, r distanza tra il baricentro e l'asse di rotazione, θ_c angolo critico del corpo nel piano di

rotazione. Ishiyama ha assunto come limite inferiore della massima velocità che può indurre il ribaltamento il valore v_c :

$$v_c = 0.4 \bar{v} \quad (3)$$

In caso di corpo rettangolare e snello ($(1 - \cos \theta_c) \cong \theta_c^2/2$ e $\cos \theta_c \cong 1$), la relazione (3) può essere semplificata nella forma più usuale:

$$v_c = 0.4 \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g B^2}{H}} \quad (4)$$

L'estensione a casi non simmetrici per forma e/o distribuzione di massa è possibile introducendo in (4), invece di H , un'altezza equivalente H' definita secondo la relazione (Berto et al. 2012):

$$H' = \frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{i^2 + r^2} \quad (5)$$

Nel caso dell'applicazione di un input sinusoidale alla base, Ishiyama (1982) ha introdotto anche un criterio in spostamento. Il limite inferiore del massimo spostamento necessario per ribaltare il corpo (i.e. PGD) d_c , viene definito come:

$$d_c = v_c^2 / a_c \quad (6)$$

che, in caso di corpo rettangolare e snello, diventa $d_c \cong 0.2B$. Tuttavia, questo criterio è stato considerato troppo conservativo dall'autore stesso in caso di applicazione di un input sismico.

Seguendo l'approccio di Ishiyama (1982), la valutazione della vulnerabilità sismica degli oggetti appoggiati viene eseguita confrontando la capacità dell'oggetto, espressa in termini di accelerazione e velocità mediante la (1) e la (4), con la corrispondente domanda, valutata rispettivamente in termini di PGA e PGV, ovvero dai corrispondenti valori in quota, nel caso in cui l'elemento non si trovi a piano terra.

3 SPERIMENTAZIONE

Si è svolta una campagna di prove sperimentali su una serie di campioni prismatici diversi per dimensioni e materiale, appoggiati in condizione di contatto unilaterale, con l'obiettivo di studiare la risposta a oscillazione e ribaltamento di blocchi rigidi in condizioni di non scivolamento.

La campagna sperimentale è stata svolta applicando alla base dei campioni diversi segnali in accelerazione utilizzando l'APS 113 ELECTRO-SEIS Long Stroke Shaker, tavola vibrante a singolo grado di libertà, che consente un carico utile di 20 kg sopra la piastra ausiliaria (254 x 254 mm), con una corsa di 158 mm, una

forza di picco di 133 N, una velocità massima di 1 m/s (picco sinusoidale) e intervallo di frequenza fino a 200 Hz.

Lo scivolamento del campione è stato impedito utilizzando una superficie di appoggio del campione sufficientemente scabra.

Sono stati testati blocchi prismatici di larghezza b - in direzione del moto uniassiale -, profondità d e altezza h , diversi per dimensione, rapporto geometrico (b/h), materiale e parametro di frequenza $p = \sqrt{r Mg/I_0}$. Tali campioni sono identificati da due sigle, la prima legata alle dimensioni geometriche, la seconda al materiale (w = legno; m = marmo). I parametri caratterizzanti i campioni sono riportati in Tabella 1. Alcuni elementi hanno lo stesso rapporto geometrico e dimensioni diverse, altri hanno le stesse dimensioni e materiali diversi.

Date le caratteristiche di simmetria dei campioni testati in questo caso si ha $B/H = b/h$.

Tabella 1 Caratteristiche dei campioni testati.

Campione	b (cm)	d (cm)	h (cm)	b/h=B/H	p (s ⁻¹)
XS1-w	5.030	7.410	15.010	0.335	9.64
XS2-w	4.786	4.750	15.100	0.317	9.64
XL-w	6.320	6.330	45.40	0.139	5.67
S-w	5.030	7.410	24.640	0.204	7.65
B-w	7.430	11.090	37.330	0.199	6.22
S-m	5.060	7.550	25.050	0.202	7.59
B-m	7.520	11.138	37.530	0.200	6.20
XS-m	2.990	4.442	15.040	0.199	9.80

Nei test sperimentali, alla base dei campioni sono stati applicati diversi segnali armonici e sismici in accelerazione con incrementi di ampiezza crescente da zero fino al valore corrispondente al ribaltamento dei blocchi o al raggiungimento del limite di spostamento della tavola vibrante stessa.

Poiché l'ampiezza di ogni segnale non è stata modulata in modo continuo, ma incrementata per valori discreti, il campione che oscilla per un certo valore di accelerazione, potrebbe oscillare anche per un valore più piccolo, ma non incluso nella storia di carico effettivamente assegnata. I valori sperimentali così ottenuti rappresentano quindi limiti superiori.

Sono state misurate le accelerazioni, sulla tavola e sui campioni, mediante accelerometri capacitivi variabili PCB Piezotronics, con una sensibilità di circa 0.1 m/s². Ogni accelerogramma registrato ha subito una

correzione baseline e un processo di filtraggio mediante un opportuno filtro passa-banda.

Le prove sono state videoregistrate mediante una fotocamera reflex per ulteriore controllo.

Sono state applicati i seguenti segnali in accelerazione:

- onda sinusoidale continua, frequenza $f = 2.8$ Hz, 3.0 Hz, 3.2 Hz, 4.5 Hz, 5.0 Hz (*continuous*)
- singolo impulso sinusoidale $f = 2.8$ Hz, 3.0 Hz, 4.5 Hz (*single pulse*)
- doppio impulso sinusoidale $f = 2.8$ Hz, 3.0 Hz, 4.5 Hz (*double pulse*)
- doppio impulso sinusoidale "modificato" $f = 4.5$ Hz, dove il doppio impulso è introdotto da una rampa sinusoidale di ampiezza crescente, seguita da una di ampiezza decrescente (*double modified*)
- segnali sismici (*Earthquakes*): componente N90E del terremoto "1999 Chi-Chi" registrata nella stazione TCU074 (Purvance et al. 2008), componente N321E del terremoto "Denali" registrata nella stazione Pump 10 (Purvance et al. 2008), componente N0E del terremoto "1999 Chi-Chi" registrata nella stazione TCU052 (Purvance et al. 2008), "1st mainshock" componente NS del terremoto Emilia 2012 - registrato nella stazione MDN (Itaca 2017), "1st mainshock" componente NS del terremoto Emilia 2012 - registrato nella stazione MRN (Itaca 2017)

4 RISULTATI SPERIMENTALI

Per ogni prova eseguita, si sono valutate l'accelerazione a_{over} e la velocità v_{over} che hanno indotto il ribaltamento del corpo. In particolare a_{over} rappresenta il valore massimo delle accelerazioni registrate sulla tavola prima del ribaltamento, mentre v_{over} rappresenta il valore massimo delle velocità sulla tavola, ottenute integrando il corrispondente segnale registrato in accelerazione, fino all'avvenuto ribaltamento.

I risultati sperimentali così ottenuti sono stati confrontati con quanto previsto dal criterio di ribaltamento di Ishiyama presentato al §2.

Con riferimento alla velocità, in Figura 2 si riporta la velocità di ribaltamento v_{over} di ogni campione per i diversi segnali applicati. Per ogni campione è rappresentata inoltre la retta corrispondente a v_c , limite inferiore della velocità di ribaltamento secondo il criterio di Ishiyama, espresso dalle relazione (4) (linea rossa). Come si può osservare il criterio di Ishiyama è sostanzialmente cautelativo, in quanto nella quasi

totalità dei casi il ribaltamento avviene per valori

- sen 2.8 continuous
- sen 3.0 continuous
- sen 4.5 continuous
- × sen 4.5 double modified
- ◆ sen 2.8 single
- ◆ sen 3.0 single
- ◆ sen 4.5 single
- sen 3.2 continuous

di velocità maggiori rispetto a v_c .

- ▲ sen 2.8 double
- ▲ sen 3.0 double
- ▲ sen 4.5 double
- sen 5.0 continuous
- Earthquakes
- V_c Ishiyama

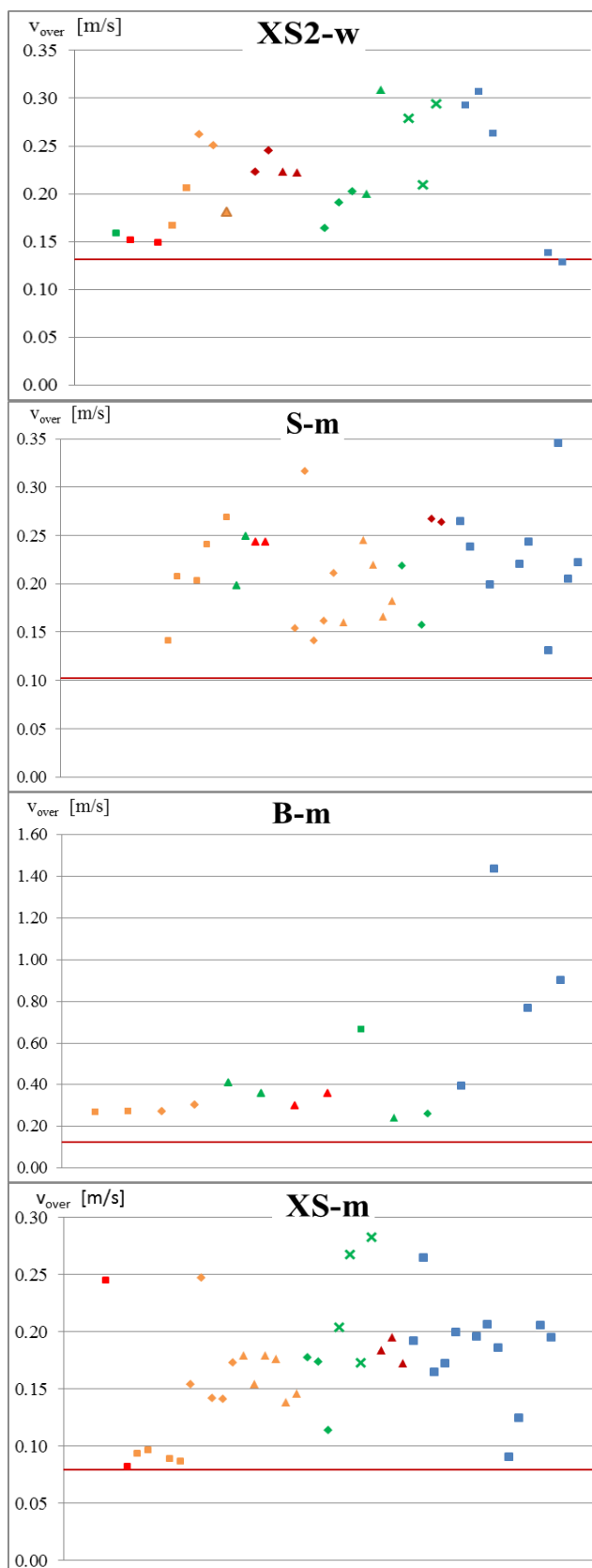
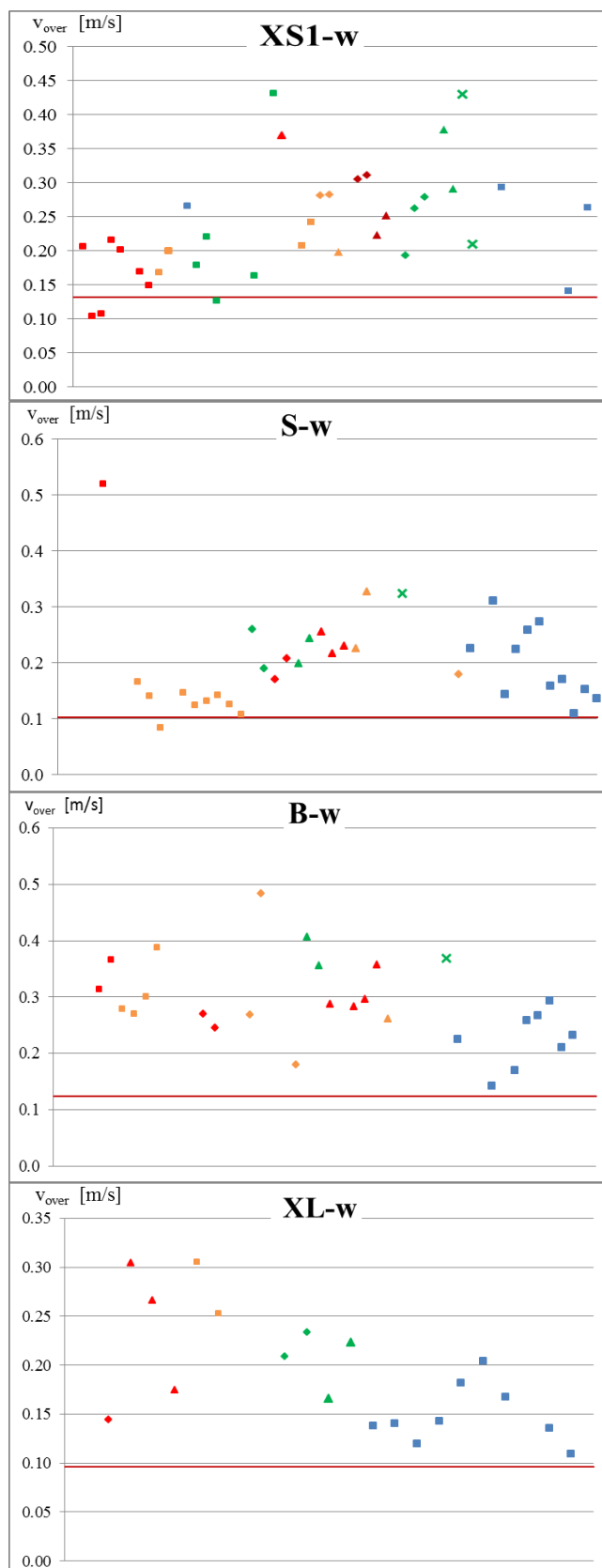


Figura 2. Risultati dei test sperimentali in termini di velocità di ribaltamento v_{over}

Ricordando che Ishiyama ha assunto $v_c = 0.4 \bar{v}$, con \bar{v} definito in eq. (2), si è valutato per ogni campione e per ogni test effettuato il coefficiente adimensionale C_v definito come:

$$C_v = v_{over} / \bar{v} \quad (7)$$

Il valore medio ($\overline{C_v}$) di C_v ricavato per ogni campione è riportato in Tabella 2 insieme al numero dei test effettuati sul campione stesso e al corrispondente valore medio della velocità di ribaltamento. Come si può notare $\overline{C_v}$ varia tra 0.66 e 1.07 in funzione del tipo di campione, rimanendo in ogni caso ben al di sopra del valore 0.4 proposto da Ishiyama.

Suddividendo inoltre i valori di C_v determinati per tutte le prove in 10 classi di appartenenza di ampiezza costante, da $C_{v,min} = 0.32$ a $C_{v,max} = 1.35$, si è valutata la curva delle frequenze cumulate, ottenuta associando ad ogni valore $C_{v,k}$, la frequenza dei casi in cui :

$$C_{v,min} < C_v < C_{v,k} \quad (8)$$

che corrispondono ai casi in cui si è avuto ribaltamento per $v_{over} < C_{v,k} \cdot \bar{v}$. Questo, con riferimento alla campagna sperimentale svolta, è sostanzialmente indicativo della probabilità di ribaltamento associata a quel valore del coefficiente $C_{v,k}$.

Tabella 2. Valori medi della velocità di ribaltamento per ogni campione e valori medi del coefficiente C_v

Campione	n° prove	v_{media} [m/s]	$\overline{C_v}$
XS1-w	35	0.237	0.72
XS2-w	25	0.217	0.66
XL-w	19	0.190	0.80
S-w	35	0.201	0.79
B-w	28	0.288	0.92
S-m	32	0.216	0.85
B-m	15	0.335	1.07
XS-m	40	0.175	0.88

La curva rappresentativa della frequenza cumulata così determinata è riportata in Figura 3, che varia tra lo 0%, corrispondente alla frequenza di ribaltamento associata a $C_v = C_{v,min} = 0.32$, e il 100%, corrispondente alla frequenza di ribaltamento di $C_v = C_{v,max} = 1.35$. Come si può osservare nel 50% delle prove effettuate si è avuto ribaltamento per valori di velocità $v_{over} < 0.73 \cdot \bar{v}$. Si nota, inoltre, che il valore di C_v

assunto da Ishiyama ed uguale a 0.4 corrisponde ad una frequenza cumulata di ribaltamento pari a poco più del 2%. Con riferimento quindi ai test presentati in questo lavoro il criterio in velocità di Ishiyama si dimostra molto cautelativo.

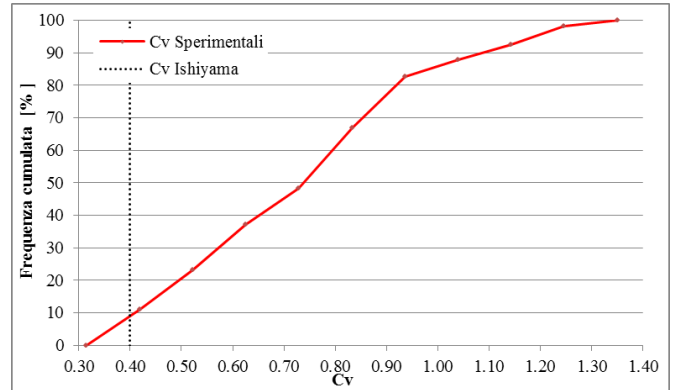


Figura 3. Curva delle frequenze cumulate in termini di C_v

Per quanto riguarda i risultati in termini di accelerazione di ribaltamento a_{over} , in modo analogo alla velocità, si è valutato per ogni campione e per ogni prova effettuata il coefficiente adimensionale C_a definito come:

$$C_a = a_{over} / a_c \quad (9)$$

dove $a_c = B/H$. Poiché a_c rappresenta il valore limite inferiore dell'accelerazione massima che induce il ribaltamento secondo il criterio di Ishiyama (espresso dall'equazione (1)), il corrispondente valore di C_a assunto dal criterio di Ishiyama è quindi pari a 1.

In Tabella 2 è riportato per ogni campione il valore medio ($\overline{C_a}$) di C_a così determinato, con il corrispondente numero di prove effettuate e il valore medio dell'accelerazione di ribaltamento. $\overline{C_a}$ varia all'incirca tra 1, per i campioni più piccoli, e 2 per i campioni più grandi. Questo risultato è conforme alle aspettative, in quanto il fenomeno del ribaltamento (Housner 1963) risente dell'effetto scala che non entra nel rapporto geometrico adimensionale (B/H). Perciò, l'adozione di un valore limite di accelerazione di ribaltamento dipendente solo dal rapporto (B/H) e non dall'effettiva dimensione del campione (come nel criterio di Ishiyama) non può certamente garantire uguale attendibilità per campioni di scala diversa.

Infine, in Figura 4 è rappresentata la curva delle frequenze cumulate di C_a ottenuta suddividendo i valori di C_a ricavati in tutti i test in 25 classi di ampiezza costante, da $C_{a,min} = 0.51$ a $C_{a,max} = 3.10$. Analogamente alla velocità, tale curva associa ad

ogni valore $C_{a,k}$ la frequenza dei casi in cui si è avuto ribaltamento con $a_{over} < C_{a,k} \cdot a_c$. Si osserva che nel 50% delle prove effettuate si è avuto ribaltamento per valori di accelerazione $a_{over} < 1.13 \cdot a_c$.

La curva interseca la retta $C_a = 1$ in corrispondenza ad un valore di frequenza pari al 28% circa. In tali casi l'accelerazione di ribaltamento registrata sperimentalmente a_{over} è minore di a_c e quindi il criterio in accelerazione di Ishiyama non è rispettato.

D'altronde, l'evidenza sperimentale di un'accelerazione di ribaltamento inferiore a (B/H) , è stata riportata anche da altri autori (Ishiyama 1984, Uematsu et al. 2000, Pena et al. 2007).

Sembra discutibile infatti che il valore di a_c possa effettivamente rappresentare un limite cautelativo anche per il sistema reale, essendo corrispondente al valore di accelerazione che innesca l'oscillazione di quel particolare modello ideale di comportamento del blocco in appoggio unilaterale introdotto da Housner. Tale modello assume diverse ipotesi semplificative per corpo e superfici di appoggio, quali infinita rigidità e perfetta planarità e, in generale, assenza di difetti nei campioni.

E' in corso infatti uno studio sperimentale da parte degli autori sull'innesco stesso dell'oscillazione, così da caratterizzare tale fenomeno in modo più aderente al comportamento reale e meglio definire anche un criterio di ribaltamento.

Tabella 3. Valori medi dell'accelerazione di ribaltamento per ogni campione e valori medi del coefficiente C_a

Campione	n° prove	a_{media} [g]	$\overline{C_a}$
XS1-w	35	0.381	1.13
XS2-w	25	0.313	0.99
XL-w	19	0.252	1.99
S-w	35	0.327	1.60
B-w	28	0.413	1.91
S-m	32	0.292	1.27
B-m	15	0.360	1.79
XS-m	40	0.222	1.12

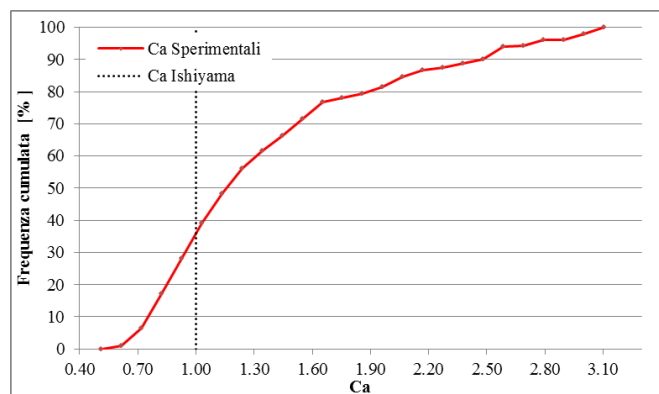


Figura 4. Curva di probabilità cumulativa di non superamento in termini di C_a

5 CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono riportati alcuni risultati di una campagna di prove sperimentali volta a studiare la risposta a oscillazione e ribaltamento di una serie di campioni semplicemente appoggiati e soggetti a diversi segnali in accelerazione applicati alla base. In particolare, si sono valutate l'accelerazione e la velocità che hanno indotto il ribaltamento di 8 campioni di forma prismatica, diversi per dimensione e materiale, sottoposti a 164 segnali armonici e a 65 segnali sismici. Dal confronto di questi risultati con i rispettivi valori limite previsti dal criterio di ribaltamento di Ishiyama, è emerso come questo ultimo sia cautelativo per quanto riguarda il limite di velocità indipendentemente dalle dimensioni dell'oggetto, ma non lo sia altrettanto per il limite in accelerazione. In particolare, nella campagna sperimentale svolta, per quasi il 30% dei casi si è avuto ribaltamento per valori di accelerazione minori del limite previsto di Ishiyama, in corrispondenza degli oggetti di dimensione minore. Questa evidenza, supportata anche da risultati sperimentali di altri autori, è ragionevolmente riconducibile alle inevitabili imperfezioni che allontanano il comportamento del blocco reale da quello del blocco ideale, riferimento per il valore limite assunto dal criterio di Ishiyama.

È comunque necessario estendere la campagna sperimentale per confermare questi risultati e per cercare di definire un criterio di stabilità semplificato, che sia in grado di tenere conto anche delle condizioni in cui si trovano gli oggetti reali.

BIBLIOGRAFIA

- Berto, L., Favaretto, T., Saetta, A., Antonelli, F., Lazzarini, L., 2012. Assessment of seismic vulnerability of art objects: The "Galleria dei Prigioni" sculptures at the Accademia Gallery in Florence. *Journal of Cultural Heritage*; **13**(1):7–21
- Berto, L., Rocca, I., Saetta, A., 2018. Vulnerability assessment methods for rocking and overturning of free standing elements. *Soil Dyn Earthq Eng*; **110**. doi:10.1016/j.soildyn.2018.02.010
- CSLLPP. Circolare 02 febbraio 2009 n. 617 Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al DM 14 gennaio 2008. G.U. n. 47, S. O. n. 27
- DeJong, M.J., 2012. Amplification of Rocking Due to Horizontal Ground Motion. *Earthquake Spectra* **28**:1405–21.
- Housner, G.W., 1963. The behaviour of inverted pendulum structures during earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*; **53**(2):404–17.
- Ishiyama, Y., 1982. Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations. *Earthq Eng Struct Dyn*, **10**(5):635–650
- Ishiyama, Y., 1984. Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations. *Bulletin of New Zealand Society for Earthquake Engineering*, **17**(1):24–37
- Kafle, B., Lam, N.T.K., Gad, E.F., Wilson, J., 2011. Displacement controlled rocking behaviour of rigid objects. *Earthq Eng Struct Dyn*; **40**:1653–69
- Liberatore, D., Spera, G., 2001. Response of slender blocks subjected to seismic motion of the base: Experimental results and numerical analyses, Proc. of the 5th Int. Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, Rome, Italy, April
- Lipscombe, P.R., Pellegrino, S., 1993. Free rocking of prismatic blocks, *J. Eng. Mech., ASCE*, **119**(7),1387-1410
- Luzi, L., Pacor, F., Puglia, R 2017. ITACA Italian Accelerometric Archive v 2.2. Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Dipartimento della Protezione Civile Nazionale. doi: 10.13127/ITACA.2.2
- Makris, N., Roussos, Y., 1998. Rocking Response and Overturning of Equipment under Horizontal Pulse-Type Motions. Pacific Earthquake Engineering Research Center PEER report 1998/05
- Milne, J., 1881. Experiments in observational seismology. *Transactions of the seismological society of Japan*, **3**.
- NTC 2008. Norme tecniche per le costruzioni. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. Decreto del 14 Gennaio 2008, G.U. S.O. n.30, 4 Febbraio 2008
- Pena, F., Prieto, F., Lourenco, P.B., Campos Costa, A., Lemos, J. V., 2007. On the dynamics of rocking motion of single rigid-block structures. *Earthq Eng Struct Dyn*; **36**:2383–2399. doi: 10.1002/eqe.739
- Purvanche, M.D., Anooshehpour, A., Brune, J.N., 2008. Free-standing block overturning fragilities: numerical simulation and experimental validation. *Earthq Eng Struct Dyn*; **37**(5):791–808
- Sorrentino, L., Masiani, R., Decanini, L.D., 2006. Overturning of rocking rigid bodies under transient ground motions. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 22, No. 3: 293-310
- Uematsu, T., Miyagi, M., Ishiyama, Y., 2000. Rocking motion and criteria for overturning of bodies on a floor - comparison between analysis and experiment. Proceedings of 12th World Conference on Earthquake Engineering; Auckland, New Zeland, Sunday 30 January - Friday 4 February 2000
- Wittich, C.E., Hutchinson, T. C., 2015. Shake table tests of stiff, unattached, asymmetric structures. *Earthq Eng Struct Dyn*; **44**:2425–2443doi: 10.1002/eqe.2589
- Yim, C.S., Chopra, A.K., Penzien, J., 1980. Rocking response of rigid blocks to earthquakes. *Earthq Eng Struct Dyn*; **8**:565–87
- Zhang, J., Makris, N., 2001. Rocking response of free-standing blocks under cycloidal pulses. *J. Eng. Mech.*, **127**(5): 473-483