



## Vulnerabilità sismica del Duomo di Reggio Calabria

Giuseppe Brandonisio<sup>a</sup>, Anton Giulio Conte<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Dipartimento di Strutture per l'Ingegneria e L'Architettura, Università degli Studi di Napoli Federico II, Napoli, Italy*

*Keywords: Chiese in c.a.; beni culturali; vulnerabilità sismica; comportamento non-lineare.*

### ABSTRACT

Nel presente lavoro viene valutata la vulnerabilità sismica di un caso studio emblematico di edificio ecclesiastico in cemento armato a pianta basilicale: il Duomo di Reggio Calabria.

L'analisi di questo edificio, infatti, risulta particolarmente interessante in quanto ricostruito, dopo il disastroso terremoto di Messina e Reggio Calabria il 28 dicembre 1908, con criteri antisismici dell'epoca.

Nel lavoro si descrive in dettaglio la costruzione, illustrando gli schemi statici e le azioni utilizzati in sede di progetto. Si riportano anche alcune tavole strutturali dell'epoca, che si sono rivelate fondamentali per la costruzione del modello dell'edificio con il SAP2000.

Vengono quindi illustrate le problematiche della modellazione della struttura e delle azioni agenti. Successivamente, vengono presentati e discussi i risultati forniti dall'analisi modale, utile per avere un'idea del comportamento dinamico globale della chiesa.

Tutti i telai trasversali e longitudinali sono stati infine analizzati in campo non lineare, con l'obiettivo di valutare la sicurezza sismica mediante il calcolo degli spostamenti richiesti, dei relativi rapporti capacità/domanda, nonché degli indicatori di rischio sismico, valutati sia in termini di accelerazioni che di periodi di ritorno.

Tali indicatori di rischio sismico sono stati calcolati sia con riferimento al terremoto di progetto previsto dalle attuali norme tecniche per il sito in cui sorge il Duomo, sia con riferimento al terremoto dello Stretto di Messina del 16 gennaio 1975, che rappresenta l'evento sismico di maggiore intensità ad oggi sperimentato (al vero) dalla costruzione.

## 1 INTRODUZIONE

Il patrimonio edilizio costituito dagli edifici ecclesiastici in Italia ha un valore inestimabile sia per i contenuti culturali che per i tesori di opere d'arte che esso contiene. È evidente che per conservare tali testimonianze bisogna effettuare un'attenta analisi puntando soprattutto alle cause che portano al declino del costruito, in primis con riferimento agli eventi più deleteri per i manufatti: i terremoti (Brandonisio 2007, Brandonisio et al. 2013, Lucibello et al. 2013).

In tale contesto, la Basilica Cattedrale Metropolitana di Maria Santissima Assunta in Cielo, nome completo del Duomo di Reggio Calabria, risulta un caso particolarmente significativo sia per l'uso del cemento armato, materiale molto all'avanguardia ad inizio secolo scorso, sia per la concezione antisismica con cui è stato ricostruito tra il 1917 e il 1928 in seguito al terremoto del 1908.

### 1.1 Il terremoto del 28 dicembre 1908

Il grande terremoto avvenne all'alba del 28 dicembre. La durata della scossa percepita dalle persone fu di 30-40 secondi e, secondo la maggioranza dei testimoni, fu divisa in due o tre fasi distinte, di cui l'ultima molto più violenta. Il valore della magnitudo fu di 7.1, secondo i dati convergenti risultanti dalle analisi delle registrazioni strumentali e delle stime macrosismiche. A Reggio le distruzioni degli edifici risultarono estese a circa l'80% del patrimonio edilizio. Il disastro fu causato non solo dall'estrema violenza della scossa, ma anche da fattori di debolezza strutturale dell'edilizia urbana. Tutta la parte bassa della città vicino al mare era infatti fondata su terreni alluvionali poco consistenti. Le condizioni statiche degli edifici erano poi in genere scadenti per la cattiva qualità dei materiali utilizzati e per la scarsa manutenzione. Sia a Messina che a Reggio Calabria fu quasi azzerato il patrimonio storico

monumentale, con la scomparsa di chiese, monasteri e palazzi, distrutti o demoliti dopo il terremoto, cancellò totalmente l'eredità storico urbana delle due città.

Secondo i dati statistici rilevati dal Ministero dei Lavori Pubblici (D.M. 1912), nelle tre province di Messina, Reggio Calabria e Catanzaro, le case distrutte o demolite furono oltre 40000; quelle gravemente danneggiate e rese totalmente o parzialmente inagibili circa 33000; quelle lesionate circa 68000 (Bottari et al. 2008).

## 2 IL DUOMO DI REGGIO CALABRIA

### 2.1 *La cattedrale nel contesto urbano*

Il Duomo di Reggio Calabria è il più grande edificio ecclesiastico della regione. Sorge nel centro storico della città, in Via Tommaso Campanella. Sopraelevato rispetto alla Piazza del Duomo alla quale si raccorda mediante un'ampia scalinata di 10 metri, si presenta a pianta basilicale, con tre navate divise da colonne portanti ed intersecate da crociere che terminano con altrettante absidi separate da archi che poggiano su pilastri. Le tre navate, interrotte da tre transetti, terminano con abside poligonale per una lunghezza di 93 metri e una larghezza di 24 metri.

L'interno è in stile romanico con motivi di ispirazione classica. Le colonne a fascio, che delimitano le tre navate, reggono le capriate scoperte che ricevono il peso del tetto. La navata centrale è separata dalle laterali mediante due file di colonne. In Figura 1 è riportata la rappresentazione planimetrica attuale della cattedrale.

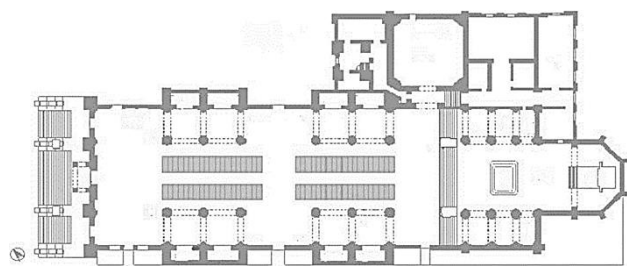


Figura 1. Pianta attuale del Duomo di Reggio Calabria

### 2.2 *Breve storia dell'antica cattedrale*

La cattedrale di Reggio Calabria è stata nei secoli riparata o interamente rifatta. La sua storia è legata agli eventi della vita religiosa della città. Frammentarie sono le notizie inerenti alle vicende costruttive della struttura nei secoli IV-XV. Sicuramente le origini del Duomo di Reggio sono da ricondurre agli inizi del II millennio. Nel 1061 infatti giunsero in città i Normanni che ordinarono

la costruzione di una nuova cattedrale che fosse sotto l'ordinamento del Papa di Roma (Figura 2). Questi costruirono una cattedrale latina, a pianta basilicale a tre navate, terminante con un'abside semicircolare. La costruzione presentava una particolarità tipica delle basiliche latine meridionali, ovvero la rilevante lunghezza del presbiterio in rapporto a quella totale dell'edificio.

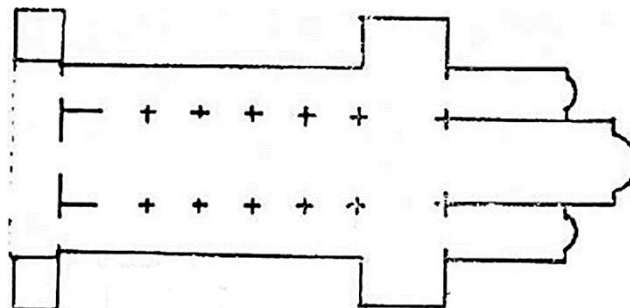


Figura 2. Cattedrale latina di Reggio Calabria (1061)

Informazioni documentate sulla cattedrale risalgono agli anni 1453 e 1477, quando l'arcivescovo Antonio De Ricci fece aggiungere alla chiesa un campanile, fino ad allora probabilmente assente. Durante il XVI secolo, come molti edifici della città, la chiesa venne saccheggiata e incendiata dalle incursioni dei turchi per ben due volte: dopo l'incendio del 1574 fu ricostruita e riconsacrata e, dopo il nuovo incendio del 1594, subì diversi interventi di restauro. Nel 1741 la struttura venne riedificata in stile tardo barocco. Pochi decenni dopo la cattedrale venne danneggiata dal terremoto del 1783 e si rese necessaria innanzitutto la demolizione della facciata. Nel 1790 si finirono di diroccare le strutture pericolanti e successivamente iniziarono i lavori di ricostruzione diretti dall'ing. Giovan Battista Mori. Il 10 settembre 1796 si inaugurava la nuova cattedrale, ormai interamente definita nella struttura (Figura 3).

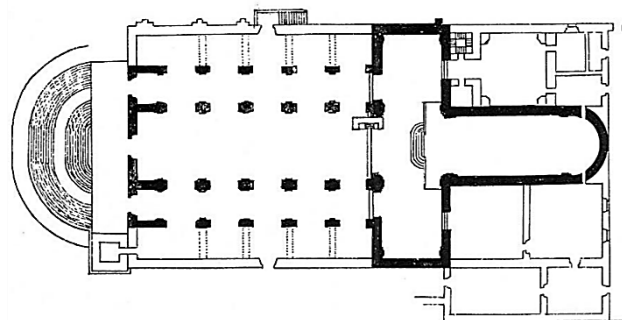


Figura 3. Pianta della Cattedrale Ottocentesca (1796)

In seguito al sisma del 1908 la facciata e l'ordine superiore furono lesionate dalle scosse sismiche, il tetto della navata centrale e di quelle

lateralmente crollò. Le parti del coro e del transetto, invece, subirono scarsi danni.

Ne conseguì la decisione di ricostruire integralmente l'edificio religioso, adeguandosi al nuovo piano di ricostruzione della città redatto dall'ing. De Nava. Così nel 1913 l'arcivescovo Rinaldo Rousset decise di riedificare la Cattedrale di Reggio affidando l'incarico al padre carmelitano Carmelo Umberto Angiolini che, prevedendo l'uso di nuovi materiali e accorgimenti tecnici antisismici, progettò il nuovo edificio nel 1917.

Alcune modifiche al progetto furono apportate dall'ing. Mariano Francescone.

I lavori furono eseguiti dalla ditta Chini e terminarono agli inizi del 1928 (Laganà et al. 1978).

### 3 FASE CONOSCITIVA

#### 3.1 *Norme edilizie obbligatorie per i comuni colpiti dal sisma del 1908*

Il 15 gennaio del 1909, a soli 18 giorni dalla catastrofe, venne nominata la commissione incaricata di studiare e proporre norme obbligatorie per le riparazioni, ricostruzioni e nuove costruzioni da eseguirsi nelle regioni colpite dal terremoto. Dopo aver visitato i luoghi devastati, la commissione notò che:

- le murature costituenti gli edifici erano di pessima struttura;
- i solai erano difettosi, non avendo sufficiente presa sulle murature;
- le case baraccate antiche, con ossatura di legnami disposte in senso verticale, orizzontale e diagonale, pur presentando lesioni erano rimaste in piedi;
- anche se al di fuori dell'area mesosismica, le case di Favelloni Piemonte, con intelaiatura e soffitti in cemento armato, rimasero integre.

Dopo un rapido esame dei vari sistemi di costruzione ammissibili, gli autori affermarono che le costruzioni formate con pareti e solai di cemento armato erano le più adatte a resistere alle varie sollecitazioni che hanno origine dai movimenti tellurici e quindi le più convenienti contro gli effetti del terremoto.

In particolare, la Commissione proponeva, in riguardo alla struttura, quella essenzialmente in legno e quella baraccata o intelaiata, cioè costituita da elementi di legno, ferro o cemento armato tra di loro razionalmente concatenati, tali cioè da

resistere a tutti gli sforzi che si possono sviluppare, con le pareti in opera muraria solidali all'orditura principale. In questi casi i ritti dell'ossatura principale dovevano essere ciascuno di un sol pezzo, o resi tali con sistemi indeformabili. Le murature di riempimento dovevano invece essere di mattoni o di pietre parallelepipedo messe in opera a strati orizzontali e regolari con buona malta.

Con riferimento all'azione sismica, all'epoca era già noto che l'elemento caratteristico più importante dei movimenti tellurici è l'accelerazione, perché proporzionalmente a questa si sviluppa la forza di inerzia con la quale reagisce ogni massa rigidamente collegata al suolo. L'insieme di queste forze costituisce la sollecitazione dinamica provocata dalla scossa, che si sovrappone alla sollecitazione statica dovuta all'effetto del peso.

Si sostituiscono le azioni dinamiche con delle sollecitazioni puramente statiche, fissate in modo da produrre per quanto possibile gli stessi effetti. Tenendo conto che l'ampiezza delle oscillazioni provocate dai terremoti negli edifici aumenta dai piani inferiori ai superiori, si propose per il calcolo delle forze relative ai piani sovrastanti a quello terreno di aumentare del 50% il rapporto caratteristico (accelerazione sismica/accelerazione di gravità). Nella pratica si adottarono forze orizzontali rappresentatrici degli effetti sismici uguali a:

- 1/12 dei rispettivi pesi per le strutture del piano terreno;
- 1/8 per quelle del piano superiore e per tutta l'altezza degli edifici eccezionali in genere.

Per le forze verticali, si ritenne necessario assumerle pari alla metà dei rispettivi pesi, cosicché le azioni statiche risultarono incrementate del 50%. Lo studio pratico dei sistemi resistenti negli edifici si riduceva dunque al caso delle travature piane (ciascun telaio piano si considerava come una travatura resistente alle forze prima definite).

#### 3.2 *Ipotesi di calcolo e schemi statici utilizzati nella costruzione del Duomo*

Nel testo *Il cemento Armato Volume Secondo: applicazioni alle costruzioni civili e industriali* a opera dell'ing. Luigi Santarella (Santarella, 1948a) è riprodotto il calcolo eseguito dall'ufficio tecnico dell'Impresa Chini. Si riportano di seguito le ipotesi ammesse per il calcolo:

- le singole parti del sistema sono sostituite dai loro assi;
- non si tiene conto dell'armatura metallica nel calcolo dei momenti d'inerzia;
- si trascurano le deformazioni dovute agli sforzi assiali e al taglio, che hanno un'influenza minima rispetto a quelle dovute ai momenti flettenti;
- si considera soltanto la deformazione elastica prodotta dallo sforzo assiale nel tirante della campata mediana;
- come coefficiente sismico per le scosse sussultorie si assume  $\eta_1 = 1.50$ ;
- come coefficiente sismico per le scosse ondulatorie si assume  $\eta_2 = 0.125$ ;

La costruzione antisismica del duomo di Reggio Calabria presenta due tipi di portali trasversali, che differiscono tra loro per la forma e per i carichi: il portale normale delle navate (tipo A) e il portale del transetto (tipo B).

### 3.3 Il portale normale delle navate (tipo A)

Tale tipologia di portale presenta quattro mensole incastrate alla base: la fondazione dei portali consiste infatti in muri continui di 1.30 metri di spessore e di circa 7 metri di profondità, rilegati al piano terra con una forte catena in cemento armato spessa 1 metro. Come quantità iperstatiche furono scelti i tre sforzi interni delle sezioni: momento flettente, sforzo verticale e sforzo orizzontale. Si ottennero in tal modo tre incognite iperstatiche per ogni campata, alle quali si aggiunse lo sforzo assiale nel tirante della campata di mezzo per un totale di dieci incognite iperstatiche. In virtù della simmetria di forma e di carico fu però possibile ridurre il loro numero. Al fine di rendere meno laborioso il calcolo non si sono fatte agire le iperstatiche nei baricentri delle sezioni separate dal taglio, ma all'estremità di due aste rigide connesse a queste sezioni, di una lunghezza tale che le loro estremità venivano a trovarsi all'altezza del centro elastico della parte di pilastro comune a due campate adiacenti (punto O). Le equazioni costituiscono un sistema tale che scrivendo le tre deformazioni elastiche per il punto  $O_i$  della  $i$ -esima campata, si mettono in relazione le tre iperstatiche della  $i$ -esima campata con quella della  $(i-1)$ -esima e della  $(i+1)$ -esima. Così facendo si ridussero le incognite iperstatiche a quattro. Come carico orizzontale fu supposto il peso delle masse moltiplicato per il coefficiente  $\eta_2 = 1/8 = 0.125$  e fu supposto ripartito alla stessa maniera delle masse. Si riportano di seguito i

carichi verticali (Figura 4) e orizzontali (Figura 5) che furono adottati per il calcolo.

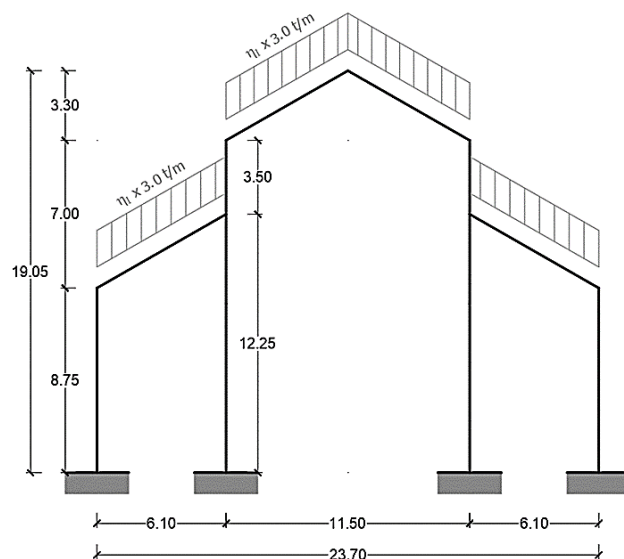


Figura 4. Carichi verticali agenti sul portale tipo A

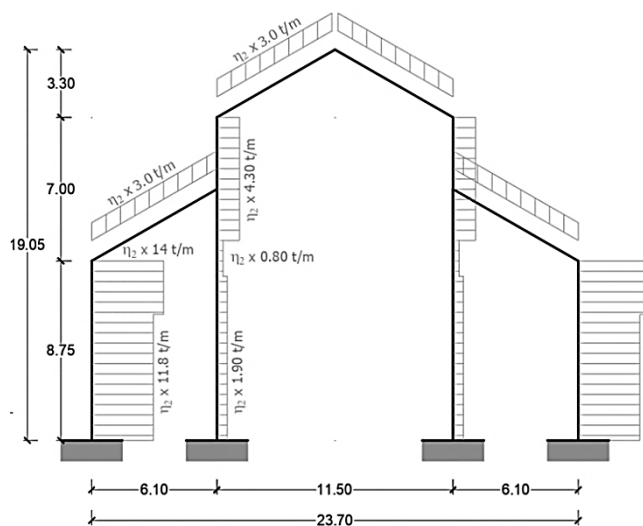


Figura 5. Carichi orizzontali agenti sul portale tipo A

### 3.4 Il portale del transetto (tipo B)

Il portale di incrocio fra le navate longitudinali e la trasversale fu calcolato nella stessa maniera in cui fu calcolato il portale tipo A. In (Santarella, 1948a) si legge che il muro longitudinale che collega la parte superiore dei pilastri esterni con gli interni produrrebbe, qualora fosse opportunamente connesso ai pilastri stessi, un notevole aumento di resistenza. Se ne potrà tenere conto in fase di esecuzione, ma i calcoli ne fanno astrazione. Tutti i carichi sono indicati nelle Figure 6 (i verticali) e 7 (gli orizzontali prodotti dall'accelerazione sismica).

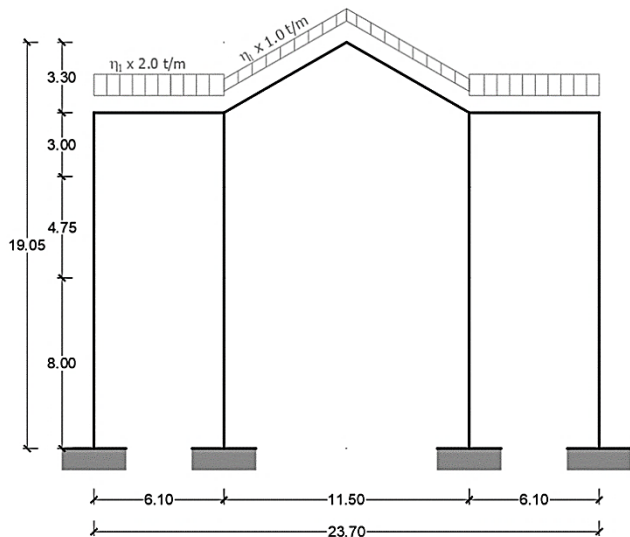


Figura 6. Carichi verticali agenti sul portale tipo B

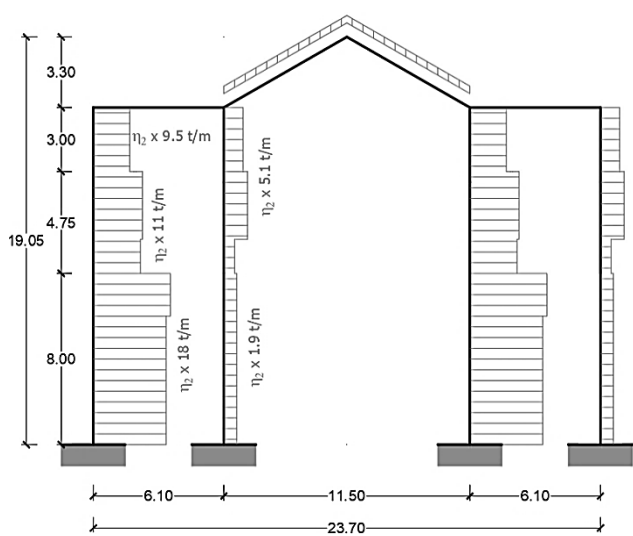


Figura 7. Carichi orizzontali agenti sul portale tipo B

### 3.5 Schema delle armature

Nelle Figure 8÷10 sono riportate tre tavole riportate in (Santarella 1948b) con i dettagli costruttivi degli elementi in c.a. del Duomo di Reggio Calabria.

In particolare, in Figura 8 è riportata la pianta della ossatura in cemento armato in aggiunta ai dettagli delle coperture, della struttura longitudinale della navata centrale e delle varie sezioni utilizzate.

Nella Figure 9 e 10, invece, sono raffigurate le carpenterie dei telai trasversali e longitudinali della cattedrale, con l'indicazione delle sezioni strutturali e la disposizione delle armature longitudinali e delle staffe nelle travi e nei pilastri.

Queste informazioni si sono rivelate fondamentali ai fini della costruzione del modello (come si vedrà successivamente) e in generale ai fini della stesura del presente lavoro.

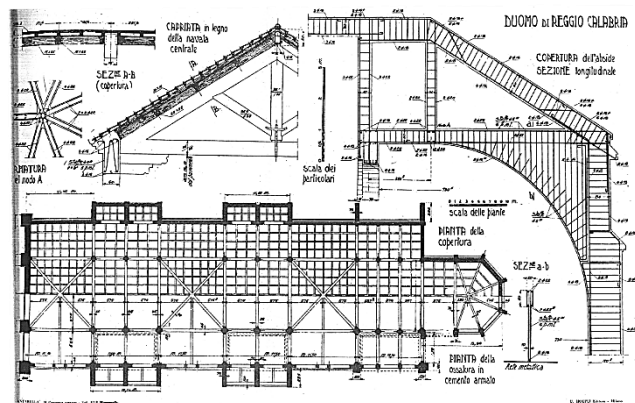


Figura 8. Tav. XXXIV da Il Cemento Armato Volume 3 di L. Santarella (Santarella 1948b)

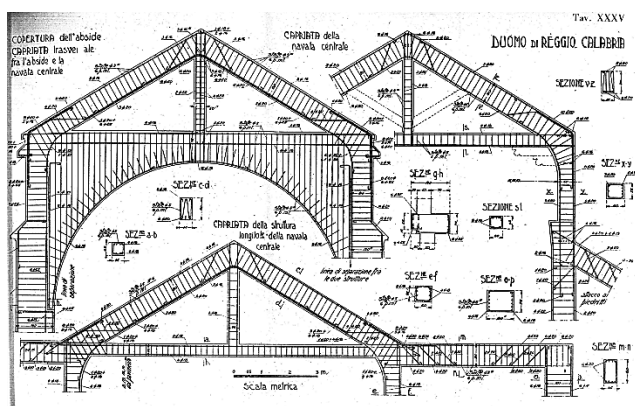


Figura 9. Tav. XXXV da Il Cemento Armato Volume 3 di L. Santarella (Santarella 1948b)

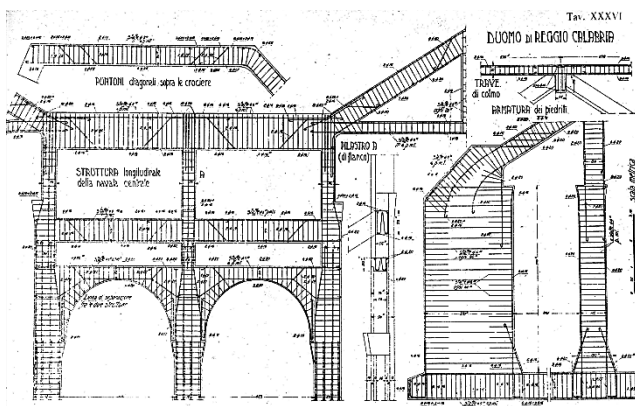


Figura 10. Tav. XXXVI da Il Cemento Armato Volume 3 di L. Santarella (Santarella 1948b)

## 4 MODELLAZIONE CON IL SOFTWARE SAP2000

### 4.1 Analisi lineare

Il primo passo nella creazione del modello strutturale è stata la definizione dei materiali utilizzati e delle sezioni di travi e pilastri. La normativa vigente all'epoca di costruzione del Duomo di Reggio Calabria (D.M. 10 gennaio 1907) imponeva l'utilizzo di un conglomerato con una resistenza a schiacciamento non inferiore a  $150 \text{ kg/cm}^2$ . Per le armature, invece, era previsto un acciaio liscio con resistenza a rottura per trazione compresa tra 36 e  $45 \text{ kg/mm}^2$ . Il peso proprio del conglomerato armato era assunto pari a  $2500 \text{ kg/m}^3$ , il suo modulo di elasticità pari a  $200 \text{ t/cm}^2$ , mentre il coefficiente di omogeneizzazione del "ferro" al calcestruzzo era fissato pari a  $m = E_{\text{ferro}}/E_{\text{cls}} = 10$ .

Alla luce di ciò, sulla scorta di quanto riportato in (Santarella 1948a), nella modellazione è stato utilizzato un calcestruzzo C12/15 e un acciaio liscio avente tensione di snervamento pari a  $23 \text{ kg/mm}^2$  e tensione di rottura pari a  $42 \text{ kg/mm}^2$ . Una volta definite le caratteristiche di calcestruzzo e acciaio, si è passati alla definizione delle sezioni. Definita la griglia sono stati disegnati elementi frame rappresentativi di travi e pilastri. Le dimensioni geometriche delle sezioni e le armature delle stesse sono state definite sulla base delle tavole strutturali di cui sopra. Al fine di snellire il modello sono state effettuate alcune approssimazioni:

- i quattro pilastri della facciata sono stati modellati assumendo una sezione costante di  $200 \times 200 \text{ cm}$ ;
- la sezione del piedritto è stata modellata assumendo pari a  $380 \times 75 \text{ cm}$ ;
- per le sezioni dei pilastri della navata centrale si è adottata una sezione quadrata  $75 \times 75 \text{ cm}$ ;
- In mancanza di informazioni specifiche, le sezioni e le armature vengono omogeneizzate all'occorrenza in modo da avere una struttura coerente con il progetto strutturale concepito.

Oltre ai carichi verticali, derivanti dal peso proprio e dai carichi permanenti, sono state applicate agli elementi frame forze orizzontali convenzionali equivalenti alle azioni sismiche come visto nei paragrafi 3.3 e 3.4. Non sono stati considerati gli effetti torsionali accidentali. Alla base di tutti i pilastri è stato schematizzato un

vincolo di incastro. Nella Figura 11 si riporta una vista del modello tridimensionale complessivo.

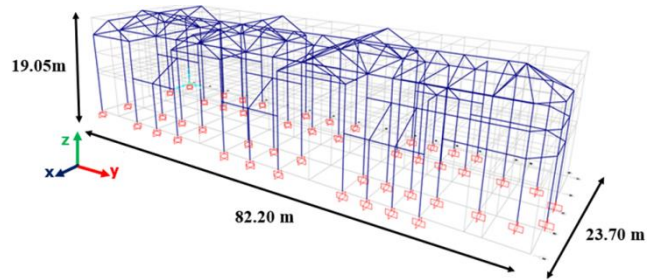


Figura 11. Modello tridimensionale della struttura portante

Dal complesso strutturale tridimensionale è possibile individuare 12 telai principali paralleli alla direzione x (denominati 1x÷12x in Figura 12) e 4 telai principali paralleli alla direzione y (denominati 1y÷4y in Figura 13). Per quanto riguarda i primi in particolare si hanno nello specifico quattro portali tipo A, sette portali tipo B e un portale cattedrale semplice con tirante nella zona absidale.

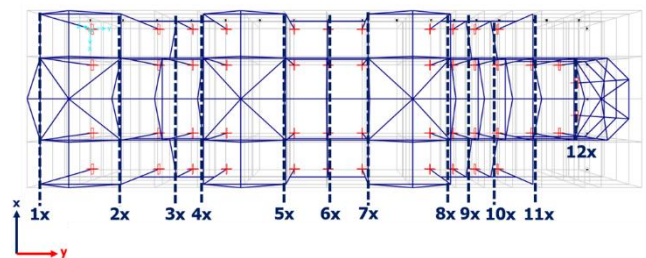


Figura 12. Allineamenti in direzione trasversale (x)

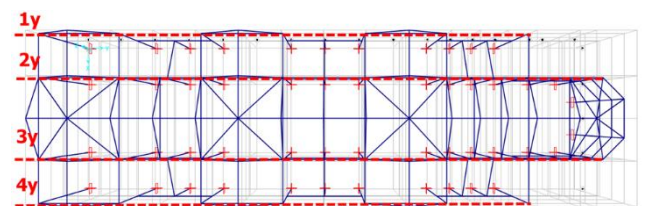


Figura 13. Allineamenti in direzione longitudinale (y)

In seguito è stata eseguita un'analisi modale, strumento fondamentale per la comprensione del comportamento dinamico di una struttura. Questa, infatti, fornisce indicazioni molto utili riguardo la risposta, in campo elastico, della stessa ad un carico dinamico. In linea generale, tale analisi permette di analizzare le seguenti grandezze rappresentative:

- i periodi  $T_i$ ;
- il valore delle masse partecipanti corrispondenti ai vari modi;
- i coefficienti di partecipazione dei singoli modi.

Ovviamente per il corretto svolgimento di un'analisi modale occorre che siano state compiutamente definite la rigidità della struttura (attraverso la modellazione degli elementi strutturali e dei relativi vincoli interni ed esterni) e la massa della stessa (attraverso l'inserimento di carichi o masse che rappresentino adeguatamente l'effettiva distribuzione di massa all'interno dell'edificio).

È di fondamentale importanza ricordare che nel caso in esame non è possibile considerare la presenza di un impalcato rigido, non essendo fisicamente presente alcun impalcato.

Nelle Figure 14÷16 sono riportate le prime tre forme modali caratterizzanti il comportamento dinamico della struttura in esame. Le deformate modali sono state rappresentate nei tre piani coordinati xy, yz e zx e nella vista 3D al fine di rendere la lettura delle informazioni chiara ed efficace.

Oltre alle deformate modali vengono indicate le masse partecipanti nelle due direzioni, nonché la massa rotazionale.

Dall'analisi delle deformate modali è possibile innanzitutto notare che il primo modo (Figura 14) ha un periodo di 0.47 secondi e una massa partecipante in direzione y dell'84%. Il secondo (Figura 15) e il terzo modo (Figura 16) presentano invece un forte accoppiamento di traslazione e rotazione. Nello specifico la massa partecipante Rz del secondo modo è pari al 49% accoppiato ad una massa traslazionale lungo x pari al 20%. Il secondo modo è inoltre locale, con rotazione della zona absidale. Nel terzo modo invece la massa partecipante Rz scende al 35% mentre quella traslazionale lungo x scende al 14%. Le deformazioni torsionali dell'intero complesso denunciano una non elevata rigidità torsionale dell'edificio, frutto della mancanza di una adeguata collaborazione tra elementi longitudinali e trasversali.

Osservando i periodi è possibile notare che sono molto bassi, ulteriore indicatore del fatto che la struttura è in generale molto rigida soprattutto in direzione trasversale. È opportuno notare che l'analisi modale è un'analisi lineare, pertanto non è in grado di cogliere fenomeni non lineari che comportino la variazione di rigidità di elementi strutturali (come ad esempio la variazione di rigidità dovuta alla fessurazione del calcestruzzo nelle sezioni in cemento armato). Per tener conto di tali fenomeni, nello studio del comportamento dinamico della struttura è necessario utilizzare

moduli di elasticità opportunamente ridotti (come peraltro previsto da varie normative) oppure ricorrere a modellazioni più dettagliate ed analisi non lineari.

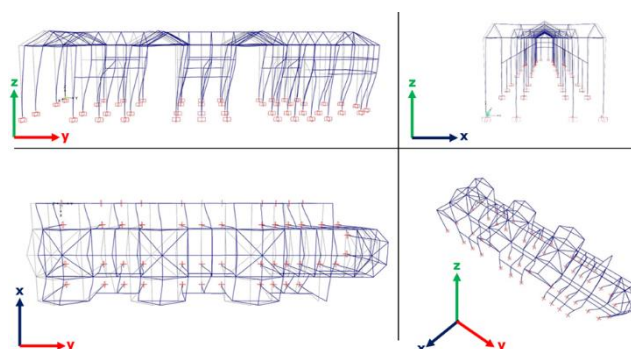


Figura 14. Modo 1:  $T=0.47s$ ;  $M_x=0$ ;  $M_y=84.2\%$ ;  $R_z=0$

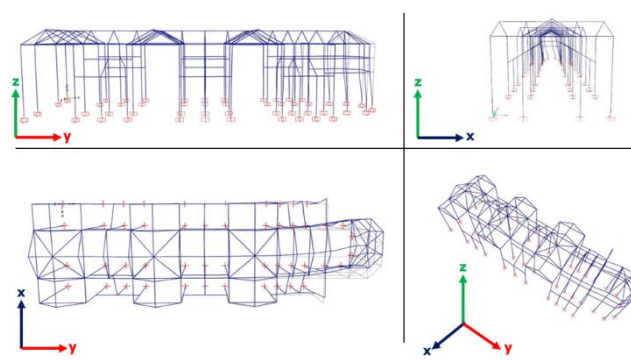


Figura 15. Modo 2:  $T=0.41s$ ;  $M_x=20\%$ ;  $M_y=0$ ;  $R_z=49\%$

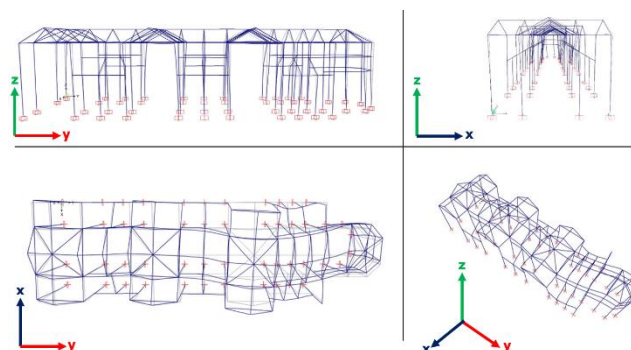


Figura 16. Modo 3:  $T=0.33s$ ;  $M_x=14\%$ ;  $M_y=0$ ;  $R_z=35\%$

#### 4.2 Analisi non lineare

L'importanza e la necessità di considerare la risposta in campo plastico del materiale richiedono l'utilizzo di programmi di calcolo in grado di descrivere la non linearità dello stesso. I programmi di calcolo attualmente disponibili sono in grado di fare questo utilizzando due diversi approcci: modellazione tramite cerniere plastiche (a plasticità "concentrata") di tipo rotazione alla corda o modellazione tramite fibre (a plasticità "diffusa"). In questo lavoro si è utilizzata esclusivamente la modellazione a plasticità concentrata. Questa è stata la prima tecnica di modellazione implementata in programmi di

analisi strutturale per descrivere il comportamento anelastico di un edificio sotto l'azione del sisma. Essa prevede che tutti gli elementi costituenti la struttura rimangano sempre in campo elastico e che vengano introdotti, alle estremità di questi, elementi cerniera con comportamento anelastico laddove si preveda la formazione della cerniera plastica. La non linearità della struttura rimane quindi concentrata in pochi elementi. Poiché la curva caratteristica di una cerniera plastica non è univocamente definita, ma dipende dalla sua posizione nella struttura, dal comportamento del singolo elemento strutturale e da quello globale. I codici spesso forniscono un'ampia libreria di legami costitutivi fra i quali scegliere di caso in caso. Il vantaggio di questa modellazione è che permette di lavorare principalmente con elementi elastici facilmente gestibili, lasciando a pochi punti della struttura la concentrazione della non linearità del materiale. Il limite di questa modellazione è che richiede una certa esperienza dell'operatore per stabilire dove distribuire gli elementi non lineari. Lo snervamento del singolo elemento di trave è assunto come localizzato strettamente nella regione in cui si ha la formazione della cerniera plastica, che si forma quando il momento flettente nel punto considerato raggiunge il momento ultimo. Al di fuori della zona in cui si ha la formazione della cerniera si fa l'ipotesi di comportamento puramente elastico dell'elemento. Le cerniere possono essere assegnate ad un elemento frame in qualunque posizione lungo la luce libera dello stesso in accordo alle norme FEMA 356. In tale tipologia di cerniera plastica dunque la legge costitutiva è fissata misurando, come deformazione, la rotazione della membratura in riferimento alla corda. Si immagini, per esempio, una trave di un telaio. La corda è rappresentata dall'indeformata della trave stessa. Si applichi ad essa una deformazione crescente. Sotto questa ipotesi, la legge momento-rotazione, può essere linearizzata a tratti. Nel caso in esame le cerniere sono state assegnate alle estremità di travi e pilastri, utilizzando un legame rigido plastico incrudente partendo da un legame costitutivo elasto-plastico incrudente.

Come riportato in Figura 17, la risposta lineare è descritta tra il punto A e il punto B di effettivo snervamento. La pendenza da B a C è tipicamente una piccola percentuale della pendenza elastica (da 0 a 10%), necessaria per rappresentare il fenomeno dell'incrudimento. Il punto C ha una ordinata che

rappresenta la resistenza ed un valore di ascissa uguale alla deformazione alla quale inizia una significativa degradazione di resistenza. Superato questo punto, infatti, si ha una rottura locale. La sezione porta ancora del carico, ma si entra nella fase definita perdita di resistenza, tratto tra C e D. La resistenza è rimasta a valori bassi, definiti residuo di resistenza (valore c del grafico). Continuando ancora a ruotare la cerniera, si raggiunge il valore contrassegnato con la lettera E, vero collasso.

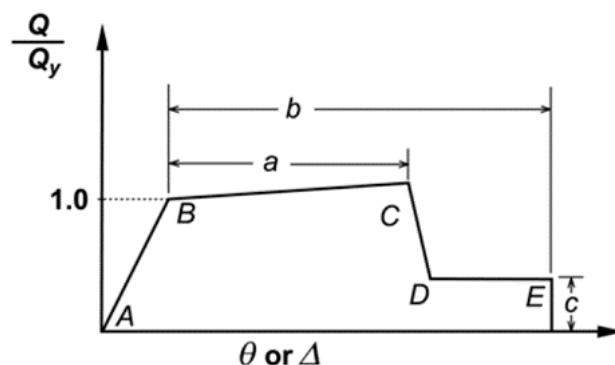


Figura 17. Legame costitutivo Elasto Plastico Incrudente

Nel SAP2000 tramite il comando "Drops to zero" si attribuisce alla cerniera una perdita di resistenza al di là del punto E. La brusca perdita di resistenza è spesso irrealistica e potrebbe essere molto difficile da analizzare. Per arrivare a convergenza il programma limita automaticamente la pendenza negativa di una cerniera ad essere non più rigida del 10% della rigidità elastica dell'elemento contenente la cerniera stessa. I dati a, b e c in Figura 17 sono i parametri del modello della cerniera plastica. Essi rappresentano il vero dato di input della cerniera stessa: ne fissano infatti la legge comportamentale. Ci sono diversi metodi per ottenere tali dati comportamentali di una cerniera di questo tipo. Per una trave in c.a. tali dati dipendono da tre discriminanti: rapporti di armatura (lembo superiore ed inferiore della trave), passo delle staffe, sovra resistenza della trave a taglio. Per un pilastro, il ragionamento è analogo, ma il primo discriminante è la presenza e l'entità di sforzo assiale. Lo stato di compressione riduce infatti la duttilità di una sezione in cemento armato. La legge comportamentale di una cerniera di questo tipo può essere tracciata in automatico da SAP2000 (CSI 2018) in accordo alle norme americane FEMA 356 (FEMA 356, 2000).

Nel modello FEM sono state dunque assegnate automaticamente a tutte le travi cerniere flessionali M mentre a tutti i pilastri cerniere P-M<sub>2</sub>-M<sub>3</sub>. Si



consideri a titolo di esempio una generica trave in cemento armato. La duttilità della stessa dipende dai tre discriminanti descritti, in particolare viene seguita questa procedura:

- il programma controlla l'armatura superiore ed inferiore presente nel frame. Questa può essere passata direttamente (come si è fatto nel presente modello inserendo le effettive armature lette sulle tavole in (Santarella 1948b)) oppure dedotta da una progettazione automatica. Dall'armatura viene determinato il rapporto di armatura tesa  $\rho$  e quello di armatura compressa  $\rho'$ ;
- il programma chiede poi se il passo delle staffe è conforme (inferiore a  $d/3$ , con  $d$  altezza utile della sezione) oppure non conforme (superiore a  $d/3$ ) e da quale analisi prelevare il taglio  $V$  con il quale calcolare il terzo discriminante;
- raccolti i primi tre discriminanti entra nelle tabelle FEMA, interpolando gli stessi ed ottenendo la definizione di  $a$ ,  $b$  e  $c$ , come parametri di progetto della cerniera. Questi, insieme al momento resistente positivo e negativo calcolato in automatico (di nuovo funzione dell'armatura, della sezione e dei materiali) rappresentano la definizione della legge comportamentale.

Naturalmente un procedimento del tutto analogo viene seguito per le colonne. Una volta definite e assegnate le cerniere plastiche alle travi e ai pilastri dell'edificio si passa alla definizione dell'analisi statica non lineare.

#### 4.3 Analisi pushover in direzione longitudinale

L'analisi pushover o analisi di spinta è una procedura impiegata per determinare il comportamento di una struttura a fronte di una determinata azione applicata. L'analisi consiste nell'applicare i carichi gravitazionali ed un sistema di forze orizzontali, che vengono scalate, mantenendo invariati i rapporti relativi tra le stesse, in modo da far crescere monotonamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo, fino al raggiungimento delle condizioni ultime (si "spinge" la struttura fino a che questa collassa o fino a che un determinato parametro di controllo della deformazione non raggiunge un fissato valore limite). Il prodotto tipico di un'analisi pushover è un legame scalare forza-spostamento detto curva di capacità, che sintetizza la risposta dell'intera struttura con 2 parametri: uno di forza e uno di spostamento (Albanesi et al. 2007). Tale curva è definita senza fare alcun riferimento

all'azione sismica, rappresentando quindi le prestazioni della struttura indipendentemente dalla reale domanda sismica che ad essa viene richiesta.

Nel caso specifico dei beni architettonici, la varietà delle geometrie e dei sistemi costruttivi rende impossibile definire a priori le caratteristiche di una distribuzione di forze statiche equivalenti al sisma (Brandonisio 2007; Brandonisio et al., 2013). In questi casi l'analisi può essere eseguita considerando due distribuzioni di forze (punto 7.3.4.2 D.M. 17 gennaio 2018):

- una distribuzione di forze proporzionale alle masse;
- una distribuzione di forze proporzionale al principale modo di vibrazione nella direzione di analisi.

Una volta definite le distribuzioni di forze bisogna scegliere il punto di controllo. La scelta di un unico punto di controllo nella struttura in esame e in generale negli edifici di tipo ecclesiastico non avrebbe senso, data l'assenza dell'impalcato. Si decide dunque di considerare in prima battuta un punto di controllo per ognuno dei quattro telai paralleli alla direzione  $y$ .

Nella Figura 18 sono riportate le curve di capacità ottenute nei piani  $F-\delta$ ;  $F/W-\delta$  e  $F/W-\delta/H$  per i 4 telai longitudinali dove:

- $F$  è il taglio alla base complessivo della struttura espresso in KN;
- $W$  è il peso dell'edificio espresso in kN;
- $\delta$  è lo spostamento orizzontale del punto di controllo considerato espresso in cm;
- $H$  è l'altezza del punto di controllo dal suolo.

Valutando i risultati ottenuti e analizzando i meccanismi di collasso in direzione longitudinale si ritiene possibile considerare lo spostamento di un qualunque nodo del generico telaio rappresentativo dello spostamento del telaio stesso. Dal momento che le curve di capacità sono molto simili a prescindere dal telaio scelto, si può in buona misura considerare il comportamento del singolo telaio rappresentativo di quello dell'intera struttura. In direzione  $y$  quindi, anche in assenza del diaframma rigido, si riscontra un comportamento globale, per cui si può assumere che il comportamento del singolo telaio piano coincide con quello tridimensionale. Tale assunzione è possibile per la presenza di numerose travi di collegamento che danno un comportamento monolitico in direzione longitudinale.

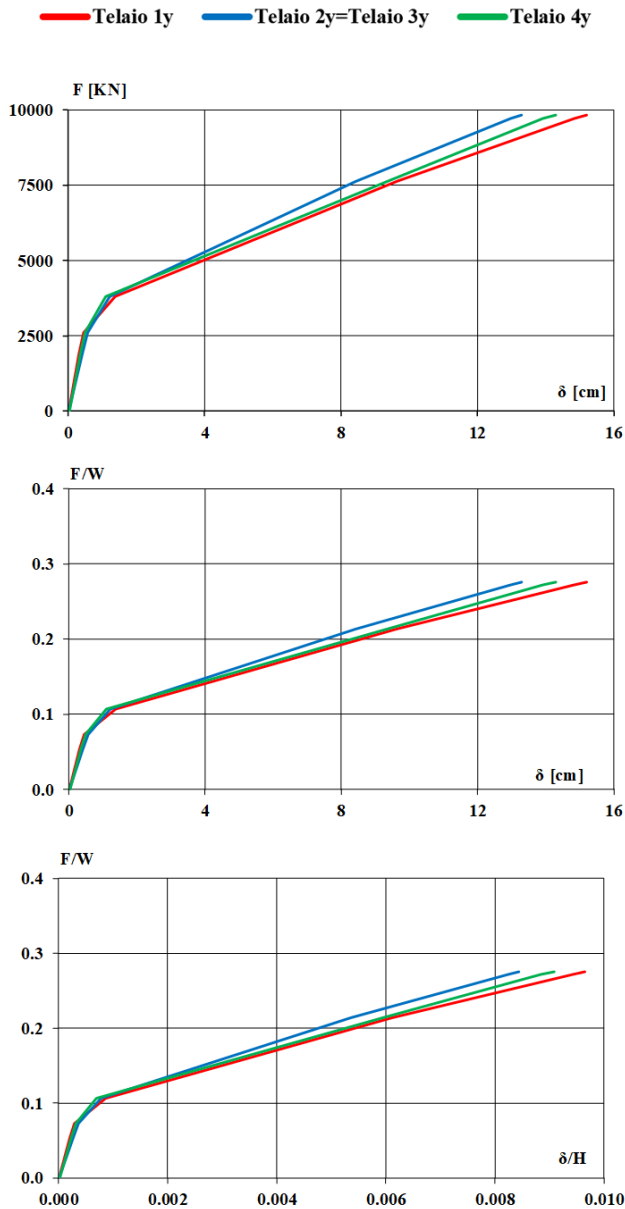


Figura 18. Curve di capacità in direzione longitudinale

#### 4.4 Analisi pushover in direzione trasversale

Per quanto riguarda le analisi lungo la direzione trasversale il discorso è sicuramente diverso. Se infatti in direzione  $y$  è stato possibile approssimare il comportamento piano a quello tridimensionale, effettuando dunque uno studio globale della struttura, in questo caso bisogna considerare separatamente ognuno dei singoli telai paralleli alla direzione trasversale. Dalle analisi svolte si evince chiaramente che mentre i telai della zona absidale sono più deformabili ciò non può dirsi per gli altri, irrigiditi notevolmente dalla presenza dei piedritti e dalle maggiori dimensioni delle membrature. Come è possibile osservare in Figura 19, le curve di capacità ottenute in questo caso differiscono per ogni telaio. Mentre nel caso precedente infatti il taglio alla base era il medesimo per ogni telaio, in direzione trasversale

l'aliquota di taglio alla base cambia per i 12 allineamenti in relazione alla rigidità degli stessi. Il risultato sono 12 curve di pushover completamente diverse e indipendenti tra di loro, rappresentative del comportamento dei telai trasversali. Nei seguenti diagrammi si confrontano le curve di capacità ottenute nei piani  $F-\delta$ ;  $F/W-\delta$  e  $F/W-\delta/H$  dove:

- $F$  è il taglio alla base dell' $i$ -esimo telaio considerato espresso in kN;
- $W$  è il peso dell' $i$ -esimo telaio considerato espresso in kN;
- $\delta$  è lo spostamento orizzontale del punto di controllo dell' $i$ -esimo telaio considerato espresso in cm;
- $H$  è l'altezza del punto di controllo dell' $i$ -esimo telaio considerato dal suolo.

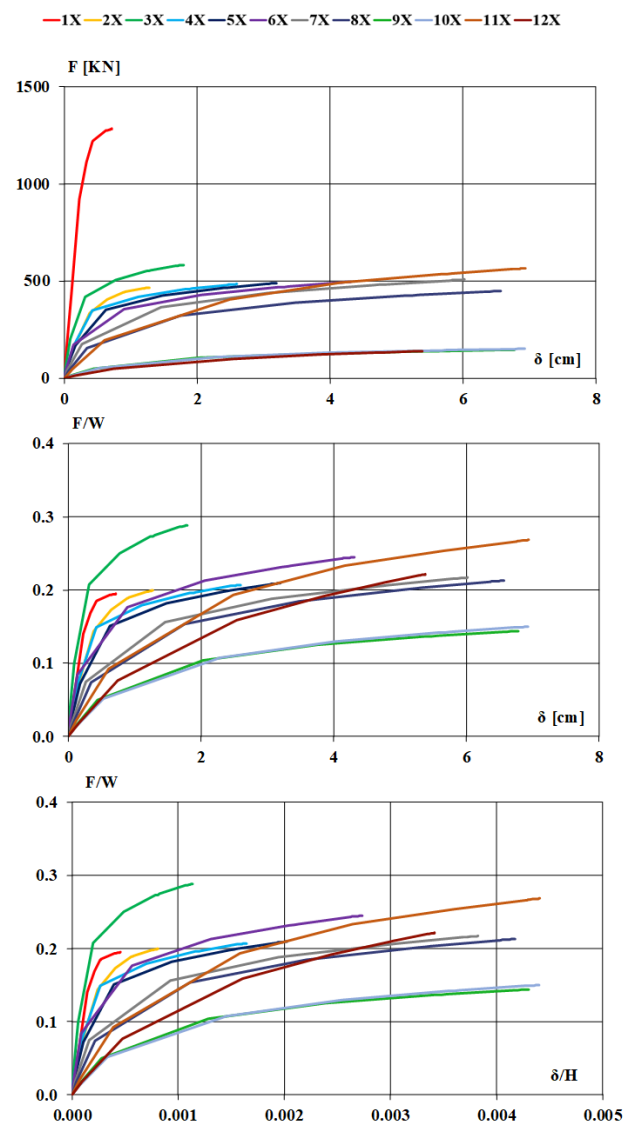


Figura 19. Curve di capacità in direzione longitudinale

Valutando i risultati e analizzando i meccanismi di collasso in direzione trasversale, si ritiene possibile considerare lo spostamento di un qualunque nodo del generico telaio

rappresentativo dello spostamento del telaio stesso.

In definitiva, dalle analisi pushover effettuate sul Duomo di Reggio Calabria nelle due direzioni, è possibile dunque riscontrare un comportamento globale solamente lungo la direzione longitudinale. In tale direzione infatti, anche in mancanza di un impalcato rigido, è possibile approssimare il comportamento del singolo telaio piano a quello dell'intera struttura tridimensionale mediante una curva di capacità unica, a prescindere dal punto di controllo scelto. Lungo la direzione trasversale, invece, tale assunzione non è ammessa. Bisogna dunque considerare una diversa curva di capacità per ogni telaio, essendo ognuno di questi indipendente dagli altri per la mancanza di una adeguata connessione a causa dell'assenza dell'impalcato rigido.

## 5 VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA SISMICA

### 5.1 Determinazione della domanda in termini di spostamento e indicatori di rischio sismico

Per la determinazione della domanda sismica in termini di spostamento si utilizza il metodo N2 (Fajfar et al. 2000). Il nome del metodo sintetizza i suoi due aspetti peculiari. La sigla N2 indica, infatti, che il metodo è non lineare (N) ed utilizza "2" modelli di calcolo della struttura (il modello MDOF e quello SDOF). Sulla base dei parametri di pericolosità sismica di Reggio Calabria è possibile costruire lo spettro ADRS di Figura 20, avente come ascissa i valori di spostamento e come ordinata quelli di accelerazione.

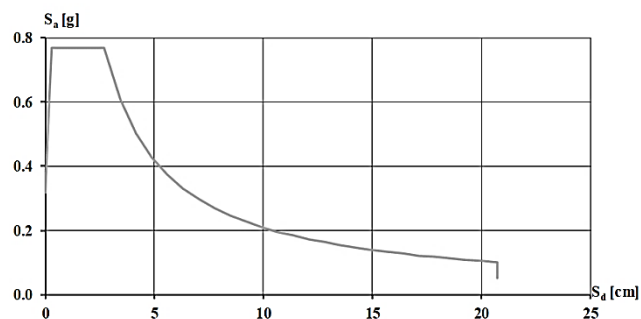


Figura 20 Acceleration Displacement Response Spectrum

Per valutare la sicurezza di una costruzione nei confronti del sisma si utilizza il concetto di indicatore di rischio (D.M. 17 gennaio 2018). Tale indicatore può essere espresso in termini di accelerazioni ( $\zeta_E$ ) o in termini di periodo di ritorno

( $i_E$ ) e può assumere . Se assume il valore 0, vuol dire che la struttura non è in grado di resistere ad alcuna azione sismica. Se l'indicatore assume un valore maggiore di 1, l'edificio soddisfa pienamente le richieste di normativa ai fini della resistenza nei confronti dell'azione sismica (Vinci 2018).

### 5.2 Valutazione della sicurezza in direzione longitudinale

Come evidenziato nel paragrafo 4.3, risultati delle analisi pushover in questa direzione sono pressoché identici a prescindere dal tipo di telaio e dalla distribuzione di forze orizzontali scelta. Si considera dunque un comportamento globale della struttura e si applica rigorosamente il metodo N2. I risultati sono sintetizzati in Figura 21.

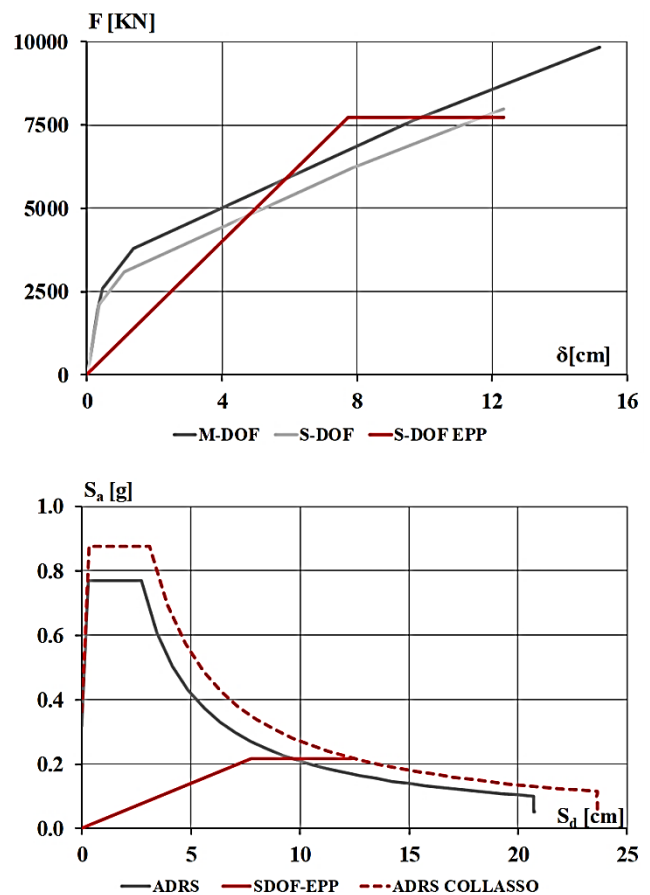


Figura 21. Applicazione metodo N2

Si noti che le ordinate della bilatera equivalente nel grafico in basso sono state scalate per il peso dell'edificio per essere coerenti con le ordinate spettrali. In direzione longitudinale è dunque possibile affermare che la struttura raggiunge il collasso per una PGA pari a 0.33g, associata ad un periodo di ritorno di 762 anni.

### 5.3 Valutazione della sicurezza in direzione trasversale

In questo caso non è possibile considerare un comportamento globale della struttura, né tantomeno applicare in maniera rigorosa il metodo N2. Si studiano dunque i singoli telai piani, considerando per ognuno di essi una distribuzione di forze orizzontali proporzionale alle masse. Dal momento che i telai sono tutti assimilabili ai portali tipo A e tipo B analizzati nei paragrafi 3.3 e 3.4, si modella il telaio tipo A come un sistema a due gradi di libertà (Figura 22) e il portale tipo B come un sistema a un solo grado di libertà (Figura 23)

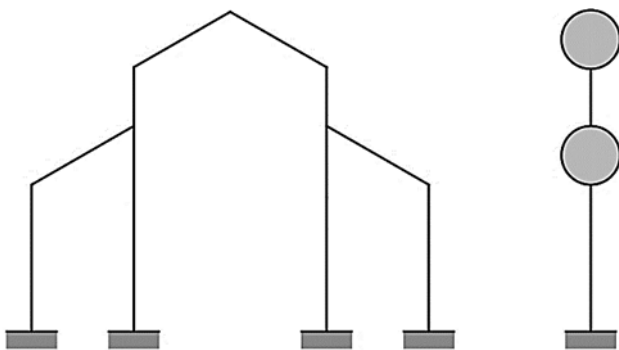


Figura 22. Schematizzazione portale tipo A

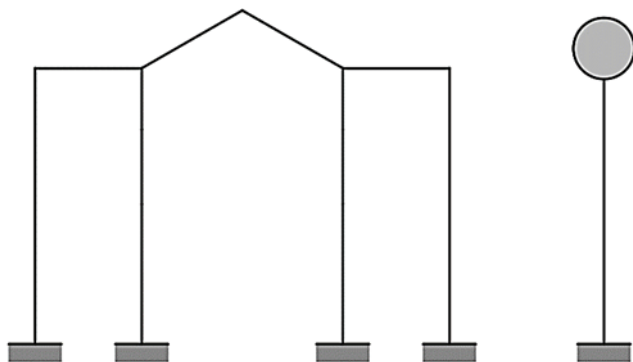


Figura 23. Schematizzazione portale tipo B

In maniera molto semplificata, ricordando che il coefficiente di partecipazione modale  $\Gamma$  è definito come:

$$\Gamma = \frac{\sum m_i \cdot \psi_i}{\sum m_i \cdot \psi_i^2} \quad (1)$$

dove  $\psi_i$  rappresenta lo spostamento modale normalizzato dato dal rapporto tra lo spostamento alla generica altezza e lo spostamento in sommità, se si assumono le masse identiche, è possibile considerare con buona approssimazione un  $\Gamma$  pari a 1 nel caso del portale tipo B e un  $\Gamma$  compreso tra 1.05 e 1.12 nel caso del portale tipo A. Con lo scopo di avere un'idea di massima riguardo la

sicurezza della struttura in direzione trasversale, le curve di capacità ottenute vengono plottate direttamente nel piano accelerazione-spostamento (Figura 24).

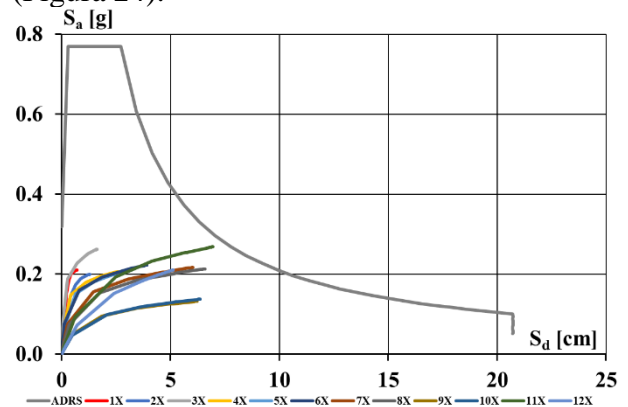


Figura 24. Sicurezza struttura in direzione trasversale

In questo caso le ordinate sono state scalate per il peso del relativo telaio per essere confrontabili con le ordinate spettrali. Risulta chiaro che la struttura sicuramente è più vulnerabile in direzione trasversale rispetto alla direzione longitudinale, indipendentemente dal livello di accuratezza dei calcoli effettuabili. Si può notare che alcuni telai hanno riserve di resistenza maggiori rispetto agli altri: in particolare i telai da 1y a 4y risultano nettamente più vulnerabili degli altri. Volendo prendere in considerazione il caso più gravoso sembrerebbe che la struttura possa collassare per una PGA pari a circa 0.1g, associata a un periodo di ritorno pari a 60 anni.

### 5.4 Confronto dei risultati con un caso reale: il sisma del 16 gennaio 1975

Dall'anno di costruzione del Duomo (1928) la struttura ha dovuto affrontare vari terremoti, anche se neanche lontanamente catastrofici come il sisma del 1908. I risultati ottenuti fino a questo punto sulla base delle indicazioni normative sono state confrontate con la realtà: dopo aver individuato i terremoti che sono avvenuti nella città di Reggio Calabria dalla costruzione del Duomo fino al giorno d'oggi, sono state effettuate le medesime analisi sviluppate nei paragrafi precedenti considerando il più forte terremoto che ha colpito la struttura, ovvero il terremoto del 1975, come desumibile dalla storia sismica che caratterizza la città di Reggio Calabria, riportata in Figura 25 in termini di PGA.

Tale terremoto, per l'importanza dei fenomeni macrosismici ( $I_s = 7-8$ ) è il sisma più forte subito dalla città di Reggio Calabria dopo la catastrofe del 28 dicembre 1908 (Bottari et al. 1975). I danni prodotti dal sisma possono essere sintetizzati in

una grave condizione di panico fra la popolazione, con la perdita di sei vite umane ed in un danneggiamento diffuso al patrimonio edilizio della città e dei centri minori. Data l'impossibilità di reperire un file processabile del segnale accelerometrico, si è utilizzato il segnale di un terremoto molto simile (1978) che è stato scalato e sovrapposto in maniera adeguata all'originale, per avere un risultato coerente anche se approssimato. Dal segnale accelerometrico così ottenuto sono stati costruiti gli spettri elastici in termini di accelerazioni, che poi sono stati plottati sul piano AD per ottenere l'ADRS.

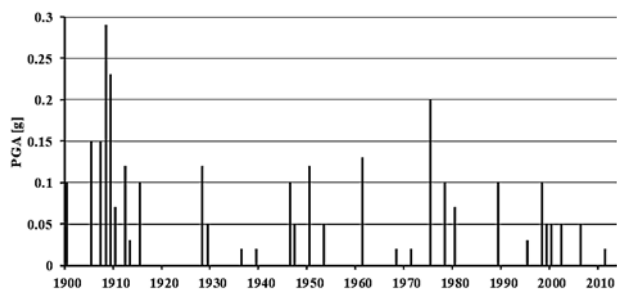


Figure 25. Storia sismica di Reggio Calabria (PGA)

Una volta noto l'Acceleration Displacement Response Spectrum del terremoto reale si effettua un confronto con quello di normativa visto nei capitoli precedenti. Dal diagramma di Figura 26 è possibile constatare immediatamente che i valori di ascissa dell'ADRS reale sono molto inferiori a quelli dell'ADRS di normativa, mentre i valori di ordinata sono certamente confrontabili tra loro.

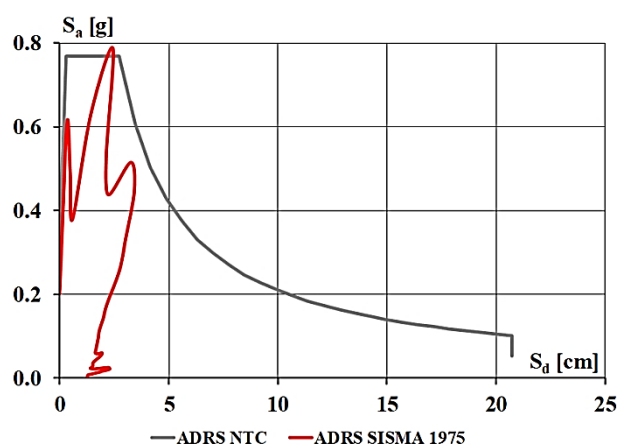


Figure 26. Confronto ADRS NTC18 e ADRS sisma 1975

In Figura 27 è proposto il confronto in termini di capacità e di domanda di spostamento associata alle NTC'18 ed al sisma del 1975.

Confrontando i risultati ottenuti in direzione trasversale con lo spettro del sisma del 1975, è possibile osservare un miglioramento sostanziale dei rapporti capacità/domanda (Figura 27) nonché degli indici di rischio (Figura 28).

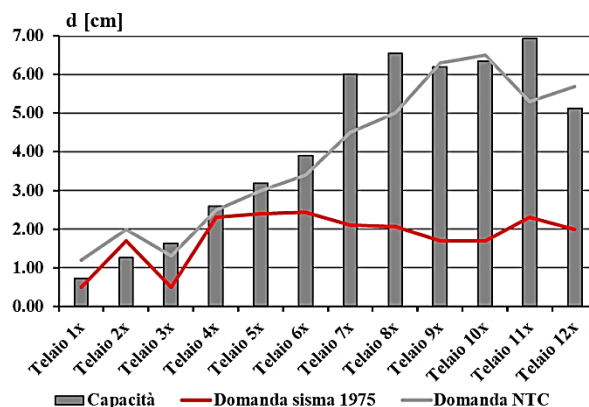


Figure 27. Confronto in termini di spostamenti

Basandosi sull'ADRS del sisma del 1975, si vede chiaramente che la curva associata alla domanda di spostamento si abbassa drasticamente rispetto alle NTC'18, permettendo un conseguente incremento del rapporto capacità/domanda nonché dei valori degli indici di rischio anche del 60%. Osservando in particolare i rapporti in termini di accelerazioni  $\zeta_E$  in Figura 26 si evince un soddisfacente comportamento dei telai 6x-12x, con rapporti maggiori dell'unità. I telai 1x-5x, invece, risultano ancora vulnerabili, anche se con valori nettamente maggiori rispetto a quelli ottenuti seguendo le indicazioni normative.

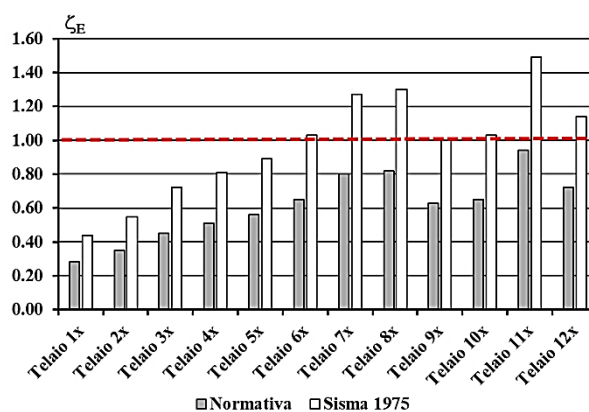


Figure 28. Confronto indicatori di rischio  $\zeta_E$

## 6 CONCLUSIONI

Nonostante le differenze costruttive che caratterizzano gli edifici (stili architettonici, materiali, maestranze), il terremoto rappresenta uno dei fattori di maggior rischio per il nostro patrimonio storico-architettonico ed in particolare per gli edifici di tipo ecclesiastico, in cui sono presenti grandi aule senza muri di spina, pareti snelle, elementi spingenti di notevole luce (archi, volte, cupole) e mancano orizzontamenti intermedi di collegamento. Per quanto riguarda le chiese in muratura, l'analisi dei danni subiti dalle stesse in occasione dei principali eventi sismici italiani, ha

evidenziato come il comportamento sismico di questa tipologia di manufatti possa essere interpretato attraverso la loro scomposizione in porzioni architettoniche (denominate macroelementi), caratterizzate da una risposta strutturale sostanzialmente autonoma rispetto alla chiesa nel suo complesso. Nel caso di chiese in cemento armato, dotate di maggiore omogeneità costruttiva e buona connessione tra i vari elementi, appare significativo procedere inizialmente attraverso un modello complessivo della costruzione (lineare o non lineare). Nel presente lavoro è stata valutata la vulnerabilità sismica del Duomo di Reggio Calabria, edificio ecclesiastico di inizio secolo in cemento armato. Alla luce dei risultati ottenuti, non si riscontrano particolari problemi di vulnerabilità per quanto riguarda la direzione longitudinale. In questa direzione, infatti, la capacità sismica in termini di spostamenti risulta maggiore della domanda sismica per ognuna delle due distribuzioni di forze orizzontali considerate. Gli indici di rischio sismico, inoltre, assumono valori maggiori dell'unità sia in termini di accelerazioni che in termini di periodo di ritorno. In direzione trasversale non può essere considerato un comportamento globale dell'edificio e di conseguenza la vulnerabilità della struttura è associata a quella del singolo telaio trasversale. In questa direzione gli indici di rischio assumono valori inferiori all'unità per ogni singolo telaio considerato: in particolare i telai 1x, 2x, 3x, 4x presentano una capacità sismica pari alla metà di quella richiesta dalla normativa. Confrontando però questi risultati con quelli desunti dallo spettro associato al terremoto del 16 gennaio 1975, è possibile osservare un miglioramento sostanziale dei rapporti capacità/domanda nonché degli indici di rischio. Nel lavoro è stato osservato come fin dall'inizio del secolo scorso erano presenti i concetti base dell'analisi sismica (comportamento elastico lineare per terremoti deboli, comportamento non lineare per terremoti più forti, uso di forze statiche per simulare gli effetti del reale comportamento dinamico).

Il Duomo di Reggio Calabria, infatti, pur risultando vulnerabile in direzione trasversale ha fornito una risposta pienamente soddisfacente ad un sisma di 0.2g, indicatore del fatto che non bisogna affidarsi incondizionatamente alle indicazioni normative ma, caso per caso, analizzare criticamente i risultati ottenuti dai vari calcolatori utilizzabili senza perdere mai di vista il

senso fisico di quello che si sta osservando e studiando. L'analisi statica non lineare si è naturalmente dimostrata più complessa rispetto alla consueta analisi elastica e molto più sensibile alle scelte effettuate in fase di modellazione strutturale, in quanto una schematizzazione non corretta della singola cerniera plastica può alterare la sequenza delle plasticizzazioni e quindi il risultato finale (Colombini 2014). Le indicazioni fornite dalle analisi pushover risultano essere essenziali nell'esame di strutture esistenti, specie se progettate senza alcun riferimento a normative sismiche, perché consentono di individuare le carenze della struttura suggerendo nel contempo i punti che necessitano di eventuali interventi. Non bisogna però dimenticare le approssimazioni insite nel procedimento indicato, soprattutto in merito alla variabilità delle azioni sopportabili durante il sisma (Krawinkler 1997).

## BIBLIOGRAFIA

- Albanesi, T., Nuti, C., 2007: *Dispensa su Analisi Statica non lineare (pushover)*, Dipartimento di Strutture, Università degli Studi Roma Tre.
- Bottari, A., D'amico, M., 2008: *La catastrofe sismica calabro-messinese del 28 Dicembre 1908*, Osservatorio Sismologico, Università degli Studi di Messina.
- Bottari, A., Lo Giudice, E., 1975: *Studio macrosismico del terremoto di Reggio Calabria del 16 Gennaio 1975*, Istituto Geofisico e Geodetico, Università di Messina.
- Brandonisio, G., 2007: *Analisi di edifici a pianta basilicale soggetti ad azioni sismiche*, Dottorato di Ricerca in "Consolidamento e Adeguamento Strutturale", Seconda Università degli Studi di Napoli.
- Brandonisio, G., Lucibello, G., Mele, E., De Luca A., 2013. Damage and performance evaluation of masonry churches in the 2009 L'Aquila earthquake. *Engineering Failure Analysis*, **34**, 693-714.
- CM 2019: Istruzioni per l'applicazione dello "Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni»" di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018.
- Colombini, S., 2014: *Vulnerabilità sismica di edifici esistenti in cemento armato e in muratura*, EPC editore.
- CSI (2018): *Manuale di riferimento per l'analisi SAP2000, ETABS, SAFE e CSIBridge*, CSI Italia Srl.
- D.M. 10 gennaio 1907: Norme Tecniche 1909: Relazione della commissione incaricata di studiare e proporre Norme Edilizie obbligatorie per i comuni colpiti dal terremoto del 20 dicembre 1908 e da altri anteriori.
- D.M. 17 gennaio 2018: Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni.
- Fajfar, P., Eeri, M., 2000: "A Nonlinear Analysis Method for Performance Based Seismic Design" *Earthquake Spectra*, Vol. 16.
- FEMA 356 (2000): *Prestandard and Commentary for The Seismic Rehabilitation of Buildings*.
- Krawinkler, H., 1997: *Pushover Analysis: Why, How, When and When Not to Use It*, Stanford University, California.

- Laganà R., Spinelli L., 1978: *La Basilica Cattedrale di Reggio Calabria*
- Lucibello, G., Brandonisio, G., Mele, E., De Luca, A., 2013. Seismic damage and performance of Palazzo Centi after L'Aquila earthquake: A paradigmatic case study of effectiveness of mechanical steel ties. *Engineering Failure Analysis*, **34**, 407-430.
- Santarella, L., 1948a: *Il cemento armato Volume II: Le applicazioni alle costruzioni civili e industriali*, Ulrico Hoepli, Milano.
- Santarella, L., 1948b: *Il cemento armato Volume III: Monografie di Costruzioni Italiane Civili ed Industriali*, Ulrico Hoepli, Milano.
- Vinci, M., 2018: *Metodi di calcolo e tecniche di consolidamento per edifici in muratura*, Dario Flaccovio Editore.