



# Domanda di duttilità in rotazione in telai di calcestruzzo armato soggetti alla componente sismica verticale correlata

Felice Colangelo

Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile-Architettura e Ambientale, Università degli Studi dell'Aquila, Via Giovanni Gronchi 18, 67100 L'Aquila (AQ), Italia

*Keywords: Rotation demand; reinforced concrete frame; vertical ground motion; seismic principal direction*

## SOMMARIO

Sia il rilievo sul campo dei danni post-terremoto sia le analisi strutturali numeriche indicano che la componente sismica verticale può avere effetti non trascurabili, pure sugli edifici con una configurazione regolare. Inoltre, nella letteratura c'è evidenza che la direzione verticale può non essere un asse principale del moto del suolo, ossia che la componente verticale è correlata statisticamente con le componenti orizzontali. Qui si valuta la domanda anelastica in rotazione a telai di calcestruzzo armato con attenzione particolare per la correlazione. Si analizzano intelaiature piane regolari di edifici residenziali sollecitati dai pesi e dalle accelerazioni sismiche orizzontale e verticale, sia scorrelate sia mutuamente correlate a grado crescente. Le proprietà geometriche e meccaniche dei telai e le azioni gravitazionali sono deterministiche, mentre le accelerazioni del suolo sono rumori bianchi gaussiani stazionari filtrati. Il metodo d'analisi è la linearizzazione equivalente stocastica convenzionale, applicato in modo parametrico ad otto telai diversi per il numero dei piani, la classe di duttilità o il suolo di fondazione. I telai sono assoggettati a tre rapporti delle accelerazioni di picco del suolo ed a sette gradi di correlazione tra le componenti sismiche. Il modello strutturale è a plasticità concentrata, con la legge momento-rotazione che segue un'equazione di Bouc e Wen estesa per l'asimmetria e per l'interazione tra lo sforzo assiale ed il momento flettente ultimi. L'effetto della componente sismica verticale scorrelata risulta essere insignificante, in accordo con le norme che consentono di trascurarla nel progetto degli edifici regolari. Al contrario, l'effetto della componente verticale correlata con quella orizzontale si rivela molto importante. Soprattutto, la domanda cinematica in rotazione cresce in misura tale che alcuni pilastri, progettati come forti rispetto alle travi, si plasticizzano quasi certamente. Un analogo incremento non si trova per la domanda ciclica ai pilastri, né per ambedue le domande alle travi. Pertanto, in sintesi l'effetto consiste soprattutto nel peggioramento del meccanismo plastico dallo schema globale verso il piano sofficе, in termini di domanda di picco più che isteretica.

## 1 INTRODUZIONE

La componente sismica verticale è ritenuta secondaria nel progetto strutturale degli edifici comuni. Le norme impongono di combinarla con le componenti orizzontali solo in caso di chiare irregolarità, quali luci notevoli o pilastri in falso, e purché l'accelerazione di picco del suolo (PGA) sia alquanto alta (Decreto 17/1/2018, EN 1998-1 2004). I motivi sono vari. In primis, la resistenza verticale nella combinazione ultima sismica è in eccesso per la concomitanza di pesi minori che in combinazione fondamentale. Il moto verticale del

suolo, legato alle onde longitudinali più che alle trasversali, si attenua prima del moto orizzontale. L'amplificazione spettrale è relativamente bassa, perché ai periodi del moto verticale del suolo, sebbene minori di quelli del moto orizzontale, si contrappongono periodi di oscillazione verticale degli edifici che sono davvero corti se governati dalla rigidità assiale dei pilastri.

Tuttavia, sono stati notati da tempo effetti non trascurabili della componente sismica verticale, quali il danno a metà altezza nei pilastri piuttosto che alle loro estremità, la crisi dei piani intermedi degli edifici, la rottura del sistema resistente

verticale contro un danno ben minore del sistema orizzontale (Papazoglou e Elnashai 1996). Rilievi sul campo dopo terremoti recenti lo confermano (Doğangün 2004, Di Sarno et al. 2011). Numerosi studi mirano al riscontro di tali evidenze in base all'analisi sismica numerica, confrontando le due risposte strutturali in assenza ed in presenza della componente verticale. Una disamina dettagliata delle indagini più significative sugli edifici è rimandata alla Sez. 2; si omettono invece i lavori sui ponti, anche più numerosi. In generale, il moto verticale del suolo si dimostra in grado di innescare livelli di danno, se non modi di rottura, che non si avrebbero per effetto del solo moto orizzontale. Soprattutto, il problema non è esclusivo delle strutture con irregolarità evidenti. Sebbene siano analizzate in maggior numero configurazioni ordinarie, non quelle palesemente irregolari, come conclusione comune si riconosce la necessità di considerare la componente sismica verticale, almeno vicino alle faglie.

Questo studio vuole ampliare le conoscenze sugli effetti della componente sismica verticale, con cura particolare di due aspetti che sembrano meritare maggiore attenzione. Innanzitutto, vari lavori valutano la risposta deterministica di poche strutture, se non una soltanto, ad accelerogrammi specifici, come per un caso di studio. La natura aleatoria del moto sismico del suolo non sembra colta appieno. Inoltre, si vuole esaminare l'effetto della correlazione tra la componente verticale e quelle orizzontali, un tema che è appropriato trattare appunto nell'ambito di una modellazione probabilistica dell'azione sismica. Al riguardo, la letteratura esistente è scarsa ed in essa si trovano indicazioni talvolta contrastanti, come si discute in dettaglio nella Sez. 3.

A tale scopo, si analizzano parametricamente otto telai piani di calcestruzzo armato (CA) con la configurazione regolare e progettati secondo gli Eurocodici. Tra essi varia il numero dei piani, la classe di duttilità o il tipo del suolo di fondazione. Le componenti sismiche sono processi aleatori definiti dalle funzioni densità di potenza spettrale proprie e incrociata. Innanzitutto, ciò consente la compatibilità con l'azione sismica di progetto dei telai, assegnata dalle norme in termini di spettri di risposta. Inoltre, permette di regolare a piacere il grado di correlazione tra le componenti sismiche. Quindi, si stima la domanda cinematica e ciclica

della duttilità in rotazione alle regioni critiche dei telai per effetto delle componenti sismiche sia indipendenti sia correlate con grado crescente, applicate con i pesi deterministici. Il metodo è la linearizzazione equivalente stocastica stazionaria (Roberts e Spanos 2003, Socha 2008), preferita alla simulazione tipo Monte Carlo per mantenere ragionevole l'onere computazionale, al prezzo di una maggiore imprecisione dei risultati. Invero, ciascuno degli otto telai è analizzato in modo parametrico con tre rapporti di PGA nelle due direzioni e con sette gradi di correlazione delle componenti sismiche. Il modello strutturale è deterministico a plasticità concentrata. Il legame costitutivo tra il momento flettente e la rotazione segue un'equazione di Bouc (1967) e Wen (1976) estesa per l'asimmetria e per l'interazione tra lo sforzo assiale ed il momento flettente resistenti (interazione PM) (Colangelo 2017). I parametri sono espressi in funzione della rigidezza e della resistenza fenomenologiche delle membrature di CA (Colangelo 2018).

## 2 ANALISI DI EDIFICI CON AZIONE SISMICA VERTICALE

Si segnalano gli studi seguenti in letteratura. Papazoglou e Elnashai (1996) riportano risultati da diversi autori. Uno è che i pilastri possono subire trazione assiale ai piani medi ed alti dei telai soggetti alla componente sismica verticale. Applicando componenti di intensità simile, la variazione della forza assiale per la componente verticale supera la variazione per la componente orizzontale, soprattutto nei pilastri superiori ed interni, sui quali l'effetto della componente orizzontale è minore. Oltre ad incrementare la domanda, la componente verticale può ridurre la capacità di resistenza e di deformazione, sia a flessione sia a taglio.

Di Sarno et al. (2011) confermano la trazione assiale nei pilastri e quantificano l'incremento di compressione assiale fino a 175%, in funzione della compressione dovuta ai pesi. Riportano anche la rottura a flessione come conseguenza dell'interazione PM, nonché la crescita della domanda in rapporto alla capacità a taglio. Ciò risulta da analisi non lineari dinamiche con quattro registrazioni vicino all'epicentro di uno stesso evento. I modelli strutturali sono un singolo

pilastro a mensola ed un telaio con due piani e due campate dotato di plasticità distribuita ed effetti del secondo ordine.

Mazza e Vulcano (2012) considerano un telaio con cinque piani isolato alla base con sei valori di rigidezza verticale in rapporto alla rigidezza orizzontale, analizzato con tre accelerogrammi registrati. Il telaio è modellato con elementi finiti bilineari a plasticità concentrata, in numero pari a quattro per le travi ed a uno per i pilastri, dotati di interazione PM. Gli isolatori sono schematizzati con una molla non lineare in parallelo con un dissipatore viscoso lineare in ciascuna direzione. In presenza della componente sismica verticale, la domanda plastica alle estremità dei pilastri, e quella sia alle estremità sia lungo la campata delle travi, aumentano in misura chiara. Gli effetti si accentuano all'ultimo piano e con gli isolatori più rigidi nella direzione verticale. Nasce trazione assiale negli isolatori.

E' evidente come gli studi succitati siano di carattere prettamente deterministico. Tra i lavori ai quali si può riconoscere una qualche valenza statistica per il numero delle risposte sismiche elaborate, Moschen et al. (2016) stimano la domanda in accelerazione verticale di picco lungo le linee dei pilastri, per la verifica di elementi non strutturali adiacenti. Usano degli accelerogrammi registrati selezionati per sposare lo spettro di risposta dell'accelerazione sia in media sia in dispersione. Il modello di calcolo è elementare. Si tratta di schemi parziali elastici lineari, calibrati con nove telai. La massa è concentrata nei nodi trave-pilastro, piuttosto che essere distribuita lungo le campate, perché l'interesse è rivolto ai soli modi globali di oscillazione. L'accelerazione verticale del suolo risulta essere amplificata fino a sei volte in media, in funzione dello smorzamento viscoso e dell'altezza.

Harrington e Liel (2016) effettuano analisi dinamiche incrementali con 22 accelerogrammi registrati a distanza dall'epicentro più altri 19 con componente verticale significativa. Le strutture analizzate sono cinque telai piani di CA con due o otto piani, uno dei quali caratterizzato da sbalzi. Il modello consiste di elementi finiti a fibre, in serie con molle puntiformi per la perdita di rigidezza conseguente alla rottura del copriferro ed all'instabilità delle barre, legati allo sforzo assiale nei pilastri. La componente sismica verticale fa

crescere la probabilità di collasso per tutti i telai e, come prevedibile, l'effetto peggiore è sul telaio con gli sbalzi.

Infine, lo scrivente conosce soltanto due studi che ricorrono ad un approccio analitico stocastico con la componente sismica verticale. Risalgono ai primi anni '80. Lin e Shih (1981) sviluppano una procedura per calcolare i momenti della risposta di edifici con azioni gravitazionali e sismiche orizzontali e verticali. La rigidezza dei pilastri è ridotta in base allo sforzo assiale d'instabilità in rapporto allo sforzo presente, il che implica un'eccitazione verticale parametrica. Il problema è difficile, quindi si fanno semplificazioni di non poco conto. Si adotta un modello a telaio shear-type elastico lineare. Gli sforzi assiali nei pilastri di ogni piano sono assunti uguali, trascurando la diversa variazione per la componente sismica orizzontale. L'accelerazione verticale del suolo è applicata inalterata a tutti i piani, in coerenza con la rigidezza assiale infinita dei pilastri. Le accelerazioni del suolo sono modellate come rumori bianchi gaussiani modulati in ampiezza. L'intensità spettrale dell'accelerazione verticale è fissata al 64% di quella orizzontale, per un corrispondente rapporto delle PGA pari a 0.80. L'intensità spettrale incrociata è trascurata, ossia le componenti sono assunte essere scorrelate. Circa i risultati, con una componente orizzontale così bassa da garantire il comportamento elastico, la componente verticale fa crescere del 10% circa le varianze dello spostamento in copertura e del taglio alla base di un telaio di sei piani.

Successivamente, gli stessi autori (Shih e Lin 1982) analizzano un sistema isteretico bilineare, con la semplificazione di un grado di libertà soltanto. Nel caso peggiore di non linearità più accentuata, la componente verticale accresce del 18% le varianze dei due spostamenti di picco e residuo.

### 3 CORRELAZIONE DELLE COMPONENTI SISMICHE

Si discute come la valenza della correlazione statistica mutua tra le componenti verticale ed orizzontale del moto del suolo non sembri ancora chiara. In generale, le componenti si ammettono essere scorrelate (Gupta 1990, Clough e Penzien 2003) e le norme ne prescrivono l'indipendenza (Decreto 17/1/2018, EN 1998-1 2004). E' noto che

le varianze e la covarianza incrociata sono analoghe alle tensioni normali e tangenziale in un continuo elastico, perciò la scorrelazione implica che la direzione verticale sia un asse principale del moto del suolo (Penzien e Watabe 1974).

Invece, c'è evidenza relativamente recente che la direzione verticale non è principale. López et al. (2006) identificano gli assi principali di 97 registrazioni con PGA superiore a 0.1 g, estratte da 25 eventi. L'asse principale più prossimo alla verticale forma con essa un angolo che ha valore medio di  $11.4^\circ$  e deviazione standard di  $9.9^\circ$ . Certe registrazioni indicano angoli vicini a  $50^\circ$ . Le registrazioni sono anche distinte in lontane o vicine all'epicentro, assumendo una distanza di soglia di 15 km. Per le registrazioni lontane, la media e la deviazione standard dell'angolo calano rispettivamente a  $10.2^\circ$  e  $8.3^\circ$ . Per le registrazioni vicine, la media e la deviazione standard crescono a  $12.3^\circ$  e  $11.1^\circ$ . L'angolo più frequente delle registrazioni lontane è inferiore a  $5^\circ$ , quello delle registrazioni vicine cade tra  $5^\circ$  e  $10^\circ$ . Pertanto, la vicinanza alla sorgente accrescerebbe non solo la PGA verticale e la relativa varianza, ma anche lo scostamento di un asse principale dalla direzione verticale, ovvero la correlazione incrociata tra le componenti verticale ed orizzontale del moto del suolo (non principali).

L'analogia con le tensioni elastiche normali e tangenziale sul cerchio di Mohr indica subito la relazione tra la correlazione mutua ed il rapporto delle PGA delle componenti secondo una coppia di assi. Più vicine sono le varianze (ossia le PGA) lungo gli assi principali, minore è la covarianza in generale. Fissate le due varianze lungo gli assi principali, più vicine sono le varianze lungo due assi non principali, maggiore è la covarianza, la quale diventa massima quando le varianze non principali sono uguali.

A questo riguardo, elaborando le registrazioni di due eventi soltanto, Collier e Elnashai (2001) concludono che la PGA verticale può superare la PGA orizzontale entro 5 km dalla sorgente, e che le due PGA sono pressoché simultanee entro tale distanza. Inoltre, entro 25 km la PGA verticale può superare 2/3 della PGA orizzontale e qualche "interazione" tra le componenti permane entro tale distanza. Ammesso che la contemporaneità delle PGA e la cosiddetta "interazione" indichino correlazione statistica, queste conclusioni sono in

accordo con la dipendenza suddetta tra varianze e covarianza solamente se le direzioni verticale ed orizzontale *non sono* principali, come dovrebbe essere a maggior ragione vicino alla sorgente secondo López et al. (2006).

L'Eurocodice 8 quantifica la PGA verticale in funzione della magnitudo e non della distanza (EN 1998-1 2004). Precisamente, il rapporto della PGA verticale con quella orizzontale vale 0.90 per le magnitudo maggiori (spettro di risposta del tipo 1) e 0.45 per le magnitudo minori (spettro di risposta del tipo 2). Ai siti prossimi alla faglia sembra corretto attribuire il primo rapporto, ossia una PGA verticale maggiore. Però le componenti sismiche sono dette ortogonali ed indipendenti lungo due direzioni orizzontali che, quindi, sono principali unitamente alla direzione verticale. Valori simili tra loro delle PGA lungo gli assi principali verticale ed orizzontale implicano una covarianza incrociata modesta, e ciò è in conflitto con i risultati di López et al. (2006). In definitiva, per avere presso la faglia sia PGA prossime sia correlazione mutua alta, le direzioni verticale ed orizzontale *non possono* essere principali.

La letteratura sull'importanza della eventuale correlazione mutua ai fini dell'analisi strutturale è insufficiente. Qualunque sia lo spettro di risposta elastico e secondo varie regole di combinazione delle componenti sismiche, Hernández e López (2003) trovano che la risposta di picco è alquanto sottostimata se si trascura lo scostamento di un asse principale dalla verticale. Nel contesto deterministico, altri autori considerano i tempi di arrivo delle PGA verticale ed orizzontale, come Collier e Elnashai (2001) menzionati prima. Le conclusioni non appaiono in accordo. Button et al. (2002) dichiarano che i tempi di arrivo non hanno effetti importanti sulla risposta. In sintonia, Warn e Whittaker (2008) dicono eccessivamente conservativo il sommare gli effetti di picco delle componenti verticale ed orizzontale, ritenendone improbabile la simultaneità. D'altro canto, Kim et al. (2011) variano con continuità la differenza tra i tempi di arrivo dal valore nullo, che è il caso delle PGA contemporanee, fino a 5 s. Non risulta alcuna chiara correlazione con lo spostamento laterale, né con la variazione dello sforzo assiale, né con la domanda né con la capacità a taglio. Tuttavia, nonostante la mancanza di correlazione, le medesime grandezze della risposta cambiano in

misura significativa con i tempi d'arrivo. Inoltre, il periodo proprio d'oscillazione in fase anelastica si allunga in modo chiaro con tempi d'arrivo più vicini. Sulla stessa lunghezza d'onda, Harrington e Liel (2016) sottolineano un effetto negativo in media se il momento flettente di picco, attribuito principalmente alla componente orizzontale, è simultaneo allo sforzo assiale di picco, attribuito soprattutto alla componente verticale.

#### 4 MODELLO DELLE COMPONENTI SISMICHE

Le accelerazioni del suolo sono rumori bianchi gaussiani stazionari filtrati due volte in ambito lineare. Il modello ha l'equazione seguente

$$\begin{cases} \ddot{x}_{1j} + 2\zeta_{1j}\omega_{1j}\dot{x}_{1j} + \omega_{1j}^2x_{1j} = w_j \\ \ddot{x}_{2j} + 2\zeta_{2j}\omega_{2j}\dot{x}_{2j} + \omega_{2j}^2x_{2j} = 2\zeta_{1j}\omega_{1j}\dot{x}_{1j} + \omega_{1j}^2x_{1j} \end{cases} \quad (1)$$

dove il pedice  $j$  specifica la direzione, orizzontale ( $j = h$ ) o verticale ( $j = v$ ); il pedice 1 o 2 specifica il filtro (1 per il filtro di Kanai-Tajimi, 2 per il filtro aggiuntivo);  $w$  è il rumore bianco da filtrare;  $\dot{x}_2$  è l'accelerazione del suolo.

##### 4.1 Identificazione dei parametri dei filtri

I valori delle frequenze circolari  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e dei rapporti di smorzamento viscoso  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  dei filtri derivano dalla compatibilità con gli spettri elastici di risposta di progetto con cui l'Eurocodice 8 (EN 1998-1 2004) qualifica le componenti sismiche. Il criterio di compatibilità si basa sul cosiddetto *fattore di picco* che, moltiplicando la deviazione standard di una grandezza della risposta, la trasforma nel valore che ha una probabilità di eccedenza prefissata in una durata prestabilita (Vanmarcke 1976). L'insieme di tali valori al variare del periodo proprio della struttura sono proprio le ordinate di uno spettro di risposta, per il quale la probabilità è 50%. Per identificare i parametri dei filtri si usano qui in alternativa le formulazioni stazionarie di Davenport (1964), di Vanmarcke (1976), di Der Kiureghian (1980) e di Giaralis e Spanos (2012). La durata è trattata come un parametro ulteriore dell'ordine di 20 s.

Tabella 1. Valori ottimi dei parametri.

Direzione	Suolo	$\omega_1$ (rad/s)	$\zeta_1$ (%)	$\omega_2$ (rad/s)	$\zeta_2$ (%)	Durata (s)
Orizzontale	A	19.64	65.5	2.754	84.4	20.22
Orizzontale	D	9.310	74.1	2.707	69.3	20.06
Verticale	Tutti	54.05	66.5	5.968	87.3	19.20

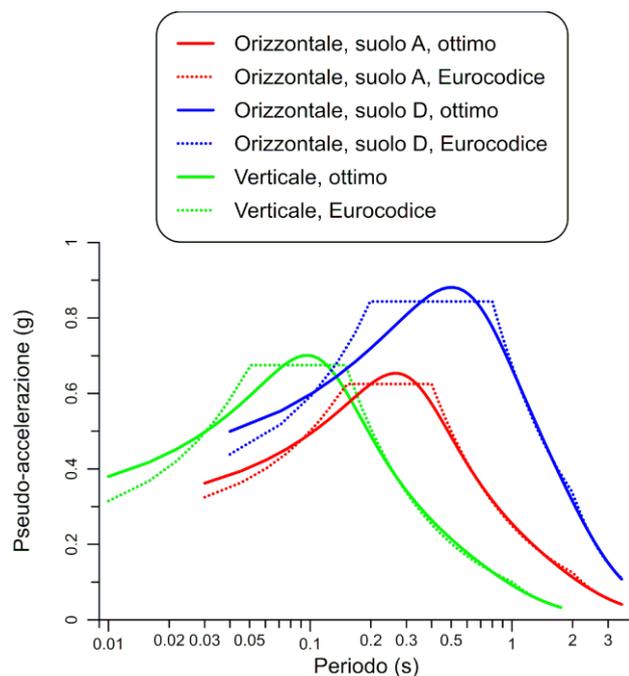


Figura 1. Spettri di risposta ottimi e dell'Eurocodice.

L'identificazione riguarda le due componenti orizzontali sui suoli A (formazione rocciosa) e D (deposito coesivo) e la componente verticale, comune ad ogni tipo di suolo. Fermo restando che i valori ottimi dei parametri risultano essere poco sensibili al fattore di picco impiegato, si opta per i risultati basati sul fattore di picco di Davenport (Tab. 1). I corrispondenti spettri di risposta della pseudo-accellerazione sono confrontati con quelli dell'Eurocodice in Fig. 1, dove la PGA è 0.25 g in direzione orizzontale sul suolo A,  $0.25 \times 1.35$  g in direzione orizzontale sul suolo D e  $0.25 \times 0.90$  g in direzione verticale. L'accordo è soddisfacente nel complesso, ed ottimo per i periodi più alti e più significativi per i telai analizzati nel seguito.

##### 4.2 Direzioni principali del moto del suolo

Le componenti orizzontale e verticale del moto del suolo sono considerate sia indipendenti, come prescrivono le norme, sia correlate. Sull'entità della correlazione mutua la letteratura non è ricca. Penzien e Watabe (1974) trovano un coefficiente di correlazione incrociata pari al massimo a 0.33 per sei eventi. Huang et al. (2016) elaborano le registrazioni da 58 eventi e suggeriscono il valore 0.30, pressoché coincidente con il 95° percentile. In questo studio si svolge un'analisi parametrica

variando gradualmente il grado di correlazione da nullo a massimo. Siccome mancano informazioni probabilistiche adatte, ciò si realizza applicando le componenti orizzontale e verticale secondo l'Eurocodice lungo due direzioni principali 1 e 2 che, coincidenti inizialmente con l'orizzontale e con la verticale, se ne discostano fino a formare con esse un angolo di 45°. Si ricordi che 50° è riportato come un limite superiore (López et al. 2006). Inoltre, è ragionevole mantenere ciascuna componente più vicina alla sua direzione secondo norma, fermo restando che ciò è un limite dello studio che, si ribadisce, nasce dall'indisponibilità di ulteriori informazioni.

Ricordando l'analogia con le tensioni normali e tangenziali (Sez. 3), è chiaro che nella prima condizione limite le due varianze orizzontale e verticale sono rispettivamente massima e minima, mentre la covarianza è nulla. Invece, nell'ultima condizione limite le due varianze orizzontale e verticale coincidono (sono la media dei valori massimo e minimo iniziali), mentre la covarianza è massima. Tra queste condizioni limite, se ne analizzano altre cinque con varianze diverse tra loro e covarianza intermedia, così come risultano incrementando progressivamente l'inclinazione delle direzioni principali 1 e 2 di 7.5°. Le analisi suddette sono illustrate in Fig. 2. Ciascuna analisi è ripetuta con tre valori del rapporto delle PGA principali, ovvero  $PGA_2 / PGA_1 = 0, 0.45, 0.90$ . Nel primo caso, si applica la sola componente orizzontale dell'Eurocodice 8 lungo l'asse 1. Ciò implica la correlazione piena delle componenti non principali orizzontale e verticale, essendo queste componenti le proiezioni della medesima eccitazione. Negli altri due casi, si applicano effettivamente ambedue le componenti, con i rapporti delle PGA previsti dall'Eurocodice 8 (Sez. 3).

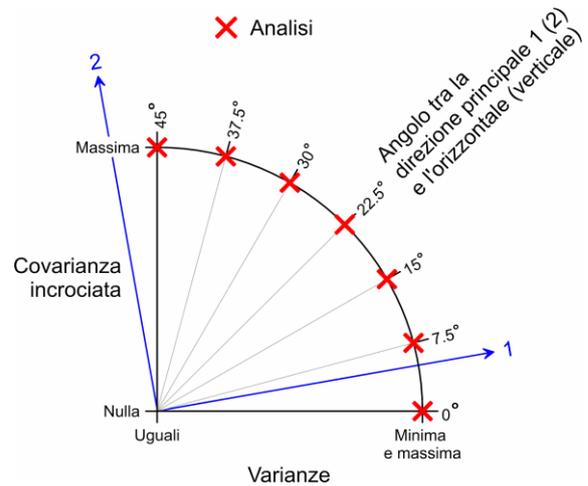


Figura 2. Analisi con diversi gradi di correlazione.

### 4.3 Livelli di potenza spettrale

Le considerazioni precedenti si riferiscono alle accelerazioni filtrate del suolo. La linearizzazione equivalente stocastica prevede come input più conveniente i livelli di potenza spettrale dei rumori bianchi da filtrare, perché le equazioni dei filtri sono assemblate insieme con le equazioni del modello strutturale (Roberts e Spanos 2003). Fissate le varianze e la covarianza mutua come nella Sez. 4.2, occorre stabilire il corrispondente livello di potenza spettrale proprio di ciascun rumore, nonché quello incrociato. Grazie alla linearità dei filtri, si possono impiegare i metodi consolidati dell'analisi stocastica (Lutes e Sarkani 2004). Si sviluppano le formulazioni nello spazio di stato e nel dominio delle frequenze.

#### 4.3.1 Formulazione nello spazio di stato

Elencando le variabili di stato nel vettore di stato

$$\mathbf{x}_j = \{x_{1j} \quad x_{2j} \quad \dot{x}_{2j} \quad x_{2j}\}^T \quad j = h, v \quad (2)$$

ed allocando il rumore bianco nel corrispondente vettore della forzante

$$\mathbf{f}_j = \{w_j \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T \quad j = h, v \quad (3)$$

l'Eq. 1 dei filtri si scrive nello spazio di stato

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_h \\ \mathbf{x}_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_h & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_h \\ \mathbf{x}_v \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_h \\ \mathbf{f}_v \end{Bmatrix} \quad (4)$$

dove

$$\mathbf{G}_j = \begin{bmatrix} -2\zeta_{1j}\omega_{1j} & -\omega_{1j}^2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2\zeta_{1j}\omega_{1j} & \omega_{1j}^2 & -2\zeta_{2j}\omega_{2j} & -\omega_{2j}^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Più in breve, si può porre

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\mathbf{x} + \mathbf{f} \quad (6)$$

dove

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{\mathbf{x}_h^T \quad \mathbf{x}_v^T\}^T \\ &= \{x_{1h} \quad x_{1h} \quad x_{2h} \quad x_{2h} \mid x_{1v} \quad x_{1v} \quad x_{2v} \quad x_{2v}\}^T \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_h & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_v \end{bmatrix} \\ \mathbf{f} &= \{\mathbf{f}_h^T \quad \mathbf{f}_v^T\}^T \\ &= \{w_h \quad 0 \quad 0 \quad 0 \mid w_v \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T \end{aligned} \quad (7)$$

La matrice di covarianza  $\mathbf{V}_{xx}$  delle variabili di stato si ottiene risolvendo l'equazione matriciale stazionaria di Lyapunov

$$\mathbf{G}\mathbf{V}_{xx} + \mathbf{V}_{xx}\mathbf{G}^T + 2\pi\mathbf{S}_f = \mathbf{0} \quad (8)$$

dove  $\mathbf{S}_f$  è la matrice coi livelli di potenza spettrale dei rumori bianchi, propri e incrociato

$$\mathbf{S}_f = \begin{bmatrix} S_{0h} & 0 & 0 & 0 & S_{0hv} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline S_{0hv} & 0 & 0 & 0 & S_{0v} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Pertanto, tali livelli di potenza possono essere fissati per ottenere le varianze e la covarianza incrociata che si desidera per le variabili di stato e, a seguire, per le accelerazioni del suolo. Allo scopo, queste si formulano come segue

$$\mathbf{a} = \begin{Bmatrix} a_h \\ a_v \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} x_{2h} \\ x_{2v} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_h & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{b}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_h \\ \mathbf{x}_v \end{Bmatrix} \quad (10)$$

dove  $\mathbf{b}_j$  è la terza riga della matrice  $\mathbf{G}_j$ . Posto

$$\mathbf{a} = \mathbf{B}\mathbf{x} \quad (11)$$

la matrice di covarianza  $\mathbf{V}_{aa}$  delle accelerazioni del suolo è

$$\mathbf{V}_{aa} = \mathbf{B}\mathbf{V}_{xx}\mathbf{B}^T \quad (12)$$

#### 4.3.2 Formulazione nel dominio delle frequenze

L'analisi nello spazio di stato è la più diretta per i sistemi con molti gradi di libertà (Roberts e Spanos 2003). Coinvolgendo però l'equazione di Lyapunov, non fornisce esplicitamente i livelli di potenza spettrale dei rumori bianchi in funzione della matrice di covarianza delle accelerazioni del suolo. Invece, ciò si ottiene tramite l'analisi con la matrice di trasferimento nel dominio delle frequenze. L'Eq. 1 dei filtri si scrive

$$\dot{\mathbf{y}}_j + \mathbf{C}_j\dot{\mathbf{y}}_j + \mathbf{K}_j\mathbf{y}_j = \mathbf{g}_j \quad (13)$$

dove

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_j &= \{x_{1j} \quad x_{2j}\}^T \\ \mathbf{C}_j &= \begin{bmatrix} 2\zeta_{1j}\omega_{1j} & 0 \\ -2\zeta_{1j}\omega_{1j} & 2\zeta_{2j}\omega_{2j} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_j &= \begin{bmatrix} \omega_{1j}^2 & 0 \\ -\omega_{1j}^2 & \omega_{2j}^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{g}_j &= \{w_j \quad 0\}^T \end{aligned} \quad (15)$$

Le Eq. 13 assemblate per ambedue le direzioni sono

$$\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{g} \quad (16)$$

dove

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \{\mathbf{y}_h^T \quad \mathbf{y}_v^T\}^T = \{x_{1h} \quad x_{2h} \mid x_{1v} \quad x_{2v}\}^T \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_h & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_v \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}_h & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \\ \mathbf{g} &= \{\mathbf{g}_h^T \quad \mathbf{g}_v^T\}^T = \{w_h \quad 0 \mid w_v \quad 0\}^T \end{aligned} \quad (17)$$

Indicando con  $i$  l'unità immaginaria e con  $\mathbf{I}$  la matrice identità, la matrice di trasferimento degli spostamenti nel dominio delle frequenze è

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(i\omega) = \left[ -\omega^2\mathbf{I} + i\omega\mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \quad (18)$$

Indicando il coniugato con un asterisco all'apice, la matrice densità di potenza spettrale degli spostamenti è

$$\mathbf{S}_{yy} = \mathbf{H} \mathbf{S}_g \mathbf{H}^{T*} \quad (19)$$

dove  $\mathbf{S}_g$  contiene i livelli di potenza spettrale dei rumori bianchi, in accordo con il vettore  $\mathbf{g}$

$$\mathbf{S}_g = \begin{bmatrix} S_{0h} & 0 & S_{0hv} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline S_{0hv} & 0 & S_{0v} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Le accelerazioni del suolo nel dominio delle frequenze, contraddistinte da tilde, sono

$$\tilde{\mathbf{a}} = \begin{Bmatrix} \tilde{a}_h \\ \tilde{a}_v \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \tilde{x}_{2h} \\ \tilde{x}_{2v} \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_4 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Esse dipendono dagli spostamenti come segue

$$\tilde{\mathbf{a}} = -\omega^2 \begin{Bmatrix} \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_4 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^2 \end{bmatrix} \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{y} \quad (22)$$

Pertanto, la matrice densità di potenza spettrale delle accelerazioni del suolo è

$$\mathbf{S}_{aa} = \mathbf{A} \mathbf{S}_{yy} \mathbf{A}^T = \mathbf{A} \mathbf{H} \mathbf{S}_g \mathbf{H}^{T*} \mathbf{A}^T \quad (23)$$

Impiegando la funzione di trasferimento associata con l'Eq. 1, ovvero

$$H_j = H_j(i\omega) = \frac{(\omega_{1j}^2 + 2i\zeta_{1j}\omega_{1j}\omega)\omega^2}{(\omega_{1j}^2 + 2i\zeta_{1j}\omega_{1j}\omega - \omega^2)(\omega_{2j}^2 + 2i\zeta_{2j}\omega_{2j}\omega - \omega^2)} \quad (24)$$

gli elementi della matrice  $\mathbf{S}_{aa}$  sono esplicitamente

$$\begin{aligned} S_{a_j a_j} &= S_{a_j a_j}(\omega) = H_j H_j^* S_{0j} = |H_j|^2 S_{0j} \\ S_{a_h a_v} &= S_{a_h a_v}(i\omega) = H_h H_v^* S_{0hv} = S_{a_v a_h}^* \end{aligned} \quad (25)$$

La loro integrazione nel dominio delle frequenze fornisce le varianze e la covarianza incrociata in funzione dei livelli di potenza spettrale dei rumori bianchi

$$\begin{aligned} \sigma_{a_j}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{a_j a_j} d\omega = S_{0j} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_j|^2 d\omega \\ \sigma_{a_h a_v} &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{a_h a_v} d\omega = S_{0hv} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re}(H_h H_v^*) d\omega \end{aligned} \quad (26)$$

Si noti che l'ultimo integrale si limita alla parte reale in quanto

$$S_{a_h a_v}(-\omega) = S_{a_h a_v}^*(\omega) \quad (27)$$

In definitiva, l'Eq. 26 fornisce esplicitamente i livelli di potenza spettrale per le varianze e per la covarianza desiderate.

## 5 MODELLO STRUTTURALE

Si adotta un telaio bidimensionale soggetto alle accelerazioni sismiche aleatorie alla base ed ai pesi concomitanti, trattati come deterministici. Anche le proprietà geometriche e meccaniche del telaio sono assunte deterministiche. I membri del telaio sono elementi finiti di trave elastici e lineari, alle estremità dei quali sono inserite molle rotazionali puntiformi isteretiche; lì si concentra ogni non linearità (Fig. 3). E' presente anche la dissipazione viscosa lineare secondo Rayleigh, assunta uguale a 5% per i primi modi naturali orizzontale e verticale.

L'aspetto più rilevante del modello è il legame costitutivo delle molle isteretiche. Il momento flettente e la rotazione seguono un'equazione di Bouc (1967) e Wen (1976) modificata al fine di introdurre isteresi asimmetrica ed interazione PM (Colangelo 2017). La prima caratteristica serve a modellare la resistenza delle sezioni asimmetriche delle travi, la seconda è di utilità evidente per i pilastri. Per il caso stazionario, privo di degrado di resistenza e di rigidità, tale legame si scrive

$$M = \alpha A\theta + (1 - \alpha)z \quad (28)$$

$$\dot{z} = \dot{\theta} \{A f^n(P) - |z|^n [\gamma + \beta \text{sgn}(z\dot{\theta}) + \delta \text{sgn} z]\} \quad (29)$$

dove  $M$  è il momento flettente nella molla (e pure all'estremità dell'elemento finito di trave);  $\theta$  è la rotazione della molla rispetto al nodo del telaio, assimilabile alla rotazione plastica (Fig. 3);  $z$  è una variabile ausiliaria, assimilabile alla parte isteretica del momento flettente, in parallelo con la parte lineare;  $\alpha$ ,  $A$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  e  $n$  sono parametri come nel modello originario di Bouc e Wen, discussi a fondo nella letteratura precedente (Ikhouane et al. 2007);  $\delta$  è il parametro ulteriore per l'asimmetria (Colangelo et al. 1996);  $f(P)$  è una funzione dello sforzo assiale, per convenienza una parabola di secondo grado adimensionalizzata, che introduce l'interazione PM (Colangelo 2017). Come il modello originario, l'Eq. 29 si può linearizzare esplicitamente nell'ambito stocastico (Colangelo

2017), quindi preserva l'efficienza del calcolo come qualità essenziale in un'analisi parametrica. In aggiunta, i parametri possono essere fissati sulla base delle grandezze fenomenologiche, cioè la rigidezza e la resistenza dei membri del telaio (Colangelo 2018). D'altro canto, fra i limiti del modello si sottolinea l'incapacità di cogliere la crisi per lo schiacciamento o la trazione assiale, nonché gli effetti del secondo ordine.

La formulazione del modello strutturale si completa con le equazioni di equilibrio (statico e dinamico) dei nodi del telaio, con l'identità dei momenti flettenti nelle molle e all'estremità degli elementi finiti di trave, infine con l'Eq. 1 dei filtri nelle due direzioni, il tutto nello spazio di stato, per convenienza della linearizzazione equivalente stocastica stazionaria gaussiana.

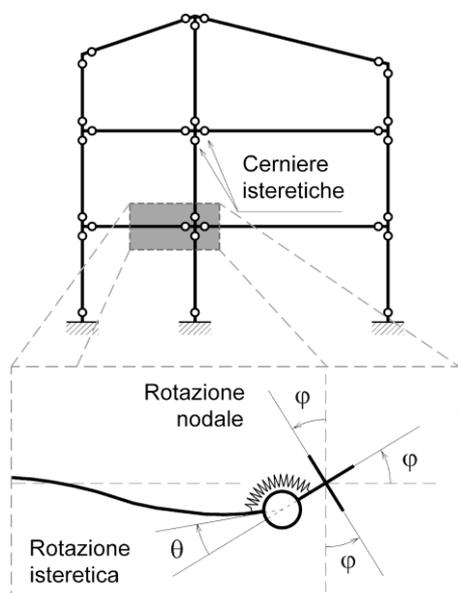


Figura 3. Modello isteretico a plasticità concentrata.

## 6 TELAI DI CA

L'effetto delle componenti sismiche verticale ed orizzontale diversamente correlate è valutato su telai di CA di edifici civili, progettati secondo gli Eurocodici. Sono diversi tra loro per il numero dei piani (quattro o otto), per la classe di duttilità (media o alta) o per il suolo di fondazione (tipo A o D), per un totale di otto telai analizzati ciascuno con sette gradi di correlazione e tre rapporti delle PGA nelle direzioni principali (Sez. 4.2).

Si tratta di telai regolari, quindi nel progetto si trascura la componente sismica verticale. La PGA orizzontale di progetto è pari a 0.25 g sul suolo A,

amplificata con il fattore 1.35 per il suolo D. Si considerano gli stati limite ultimi e di limitazione del danno sismico in esercizio, la sovreresistenza alla flessione dei pilastri rispetto alle travi, le armature minime per la duttilità locale. I dettagli non sono riportati qui perché disponibili altrove (Colangelo 2013). Si segnala soltanto che, come risultato del progetto, i telai possiedono una notevole sovreresistenza media nella direzione orizzontale. Quindi, le analisi sono svolte qui con la componente sismica orizzontale amplificata in proporzione alla sovreresistenza, lasciando invece invariata la componente verticale. Al contempo, alle molle isteretiche è assegnato il valore medio della resistenza flessionale.

Il modello agli elementi finiti di uno dei telai di quattro piani è illustrato in Fig. 4; per i telai di otto piani il modello è analogo. Lungo ciascuna campata sono disposti quattro elementi finiti di trave, con molle isteretiche e nodi dotati di massa concentrata. Ovviamente, ciò è necessario per cogliere sia le forze d'inerzia verticali, sia una eventuale plasticizzazione lungo le campate per la componente sismica verticale.

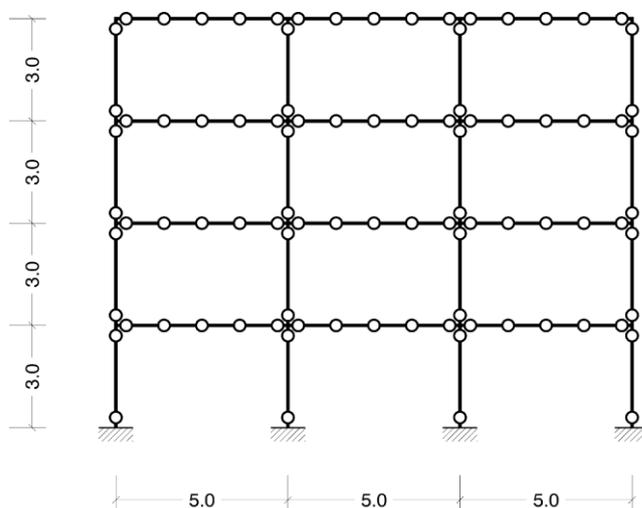


Figura 4. Modello dei telai di quattro piani.

## 7 DOMANDA DI DUTTILITÀ IN ROTAZIONE

Si riportano le domande cinematica e ciclica. Precisamente, si considera il valore massimo, il valore medio e la deviazione standard dei due fattori di duttilità specificati nel seguito, essendo queste statistiche elaborate accorpando le molle isteretiche ai vari piani. Invece, si distinguono i membri al bordo o all'interno dei telai, nonché i

telai medesimi. I telai sono identificati con un acronimo di tre caratteri che sono rispettivamente il numero dei piani (4 o 8), la classe di duttilità (M o H) ed il tipo di suolo (A o D).

### 7.1 Domanda cinematica

Per valutare la domanda di duttilità cinematica in rotazione, si considera il fattore seguente

$$r_{\theta} = 1 + \begin{cases} \theta_{95} / \theta_{y+} & \text{se } \theta_5 \geq 0 \\ \theta_5 / \theta_{y-} & \text{se } \theta_5 \leq 0 \\ \max \{ \theta_{95} / \theta_{y+}, \theta_5 / \theta_{y-} \} & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (30)$$

$\theta_i$  è il percentile  $i$ -esimo della rotazione  $\theta$ .  $\theta_{y+}$  e  $\theta_{y-}$  sono le rotazioni al primo snervamento nella direzione positiva e negativa, rispettivamente. Esse sono stimate come le rotazioni all'estremità dell'elemento finito di trave elastica e lineare, quando in ambedue le estremità sono presenti i momenti resistenti, con il segno appropriato. Per i pilastri si assume flessione antisimmetrica; per ogni sotto-elemento di trave si assume invece flessione di segno uguale, considerata la modesta lunghezza (Fig. 4). La rigidità è dimezzata per tenere conto della fessurazione.

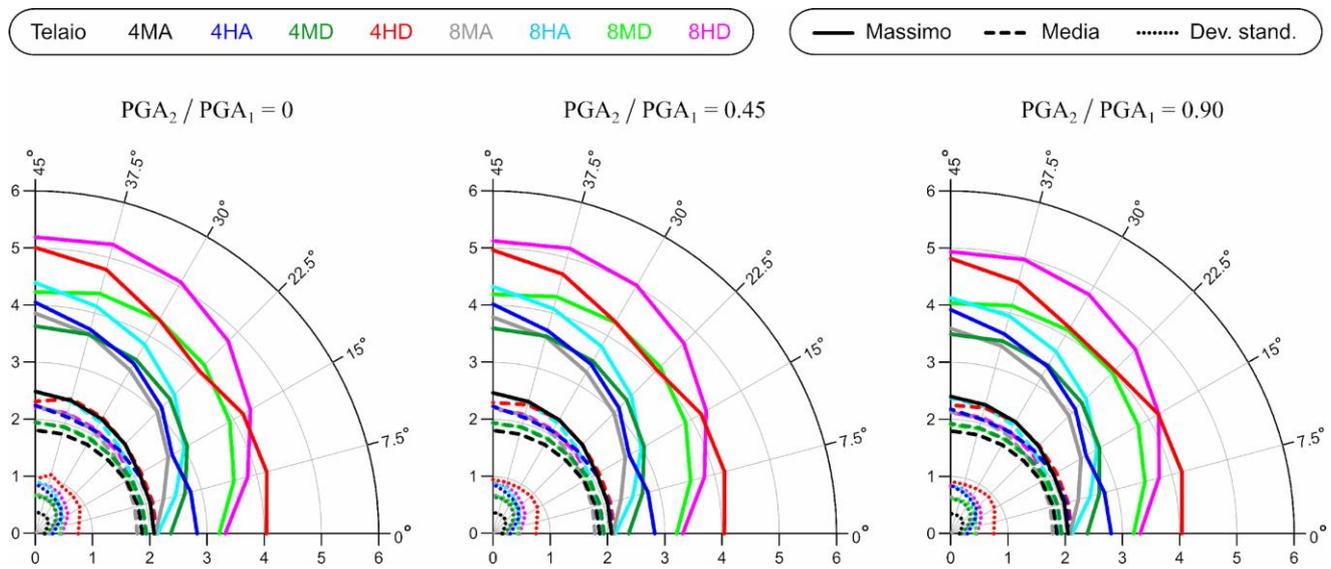


Figura 5. Domanda cinematica ai pilastri di bordo.

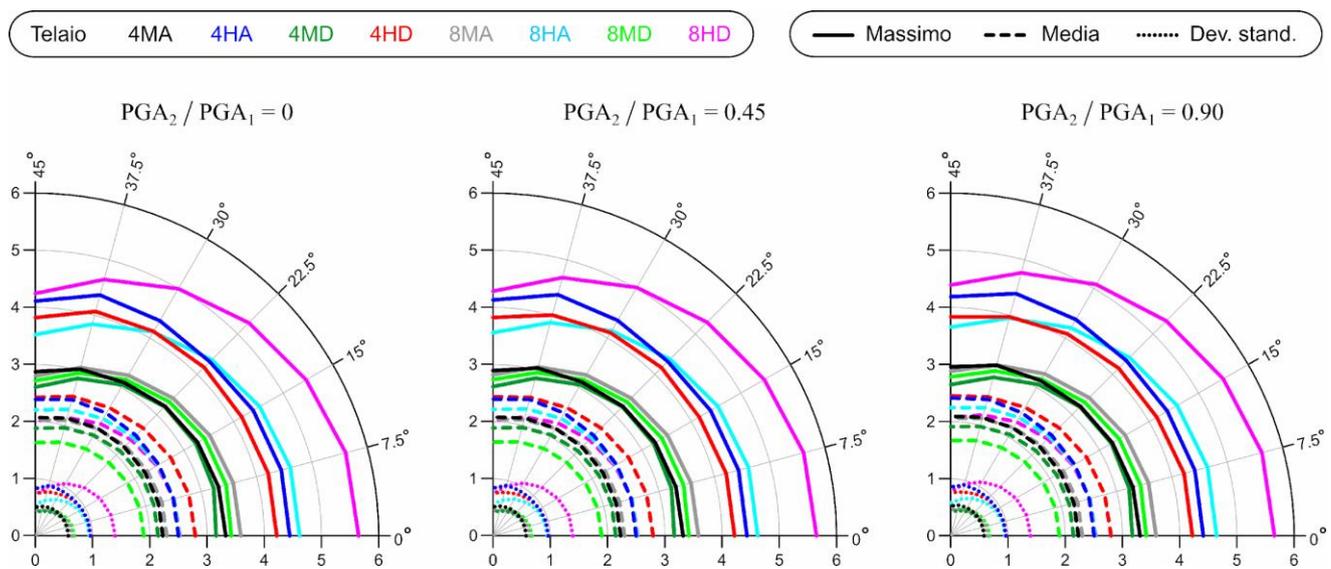


Figura 6. Domanda cinematica alle travi di bordo.

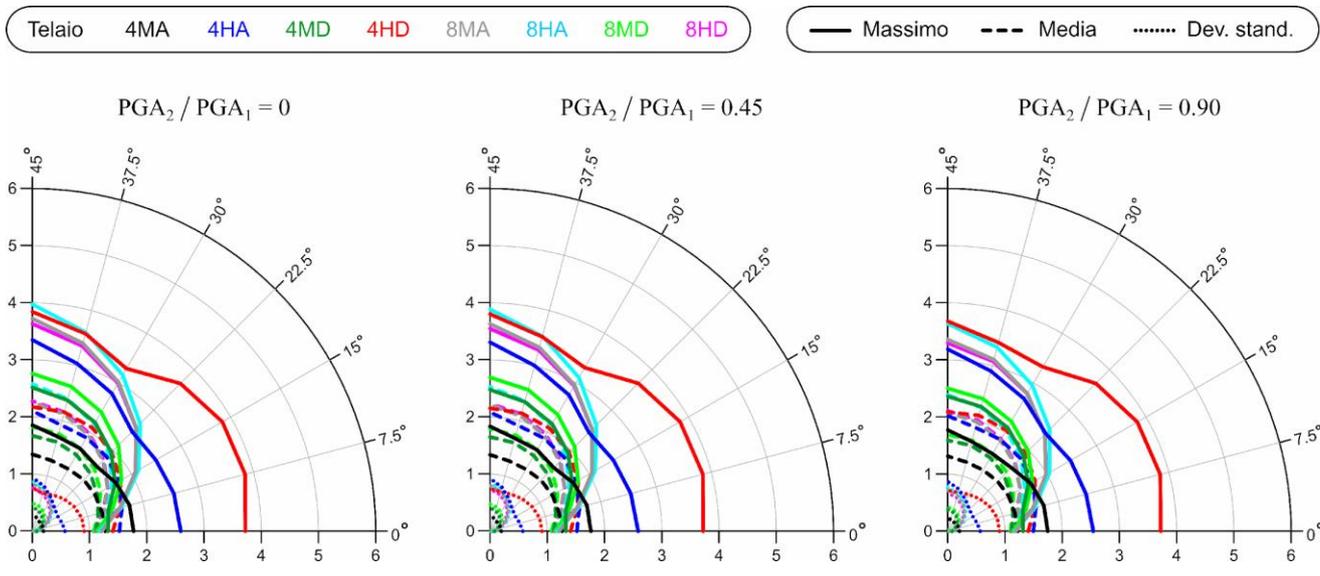


Figura 7. Domanda cinematica ai pilastri interni.

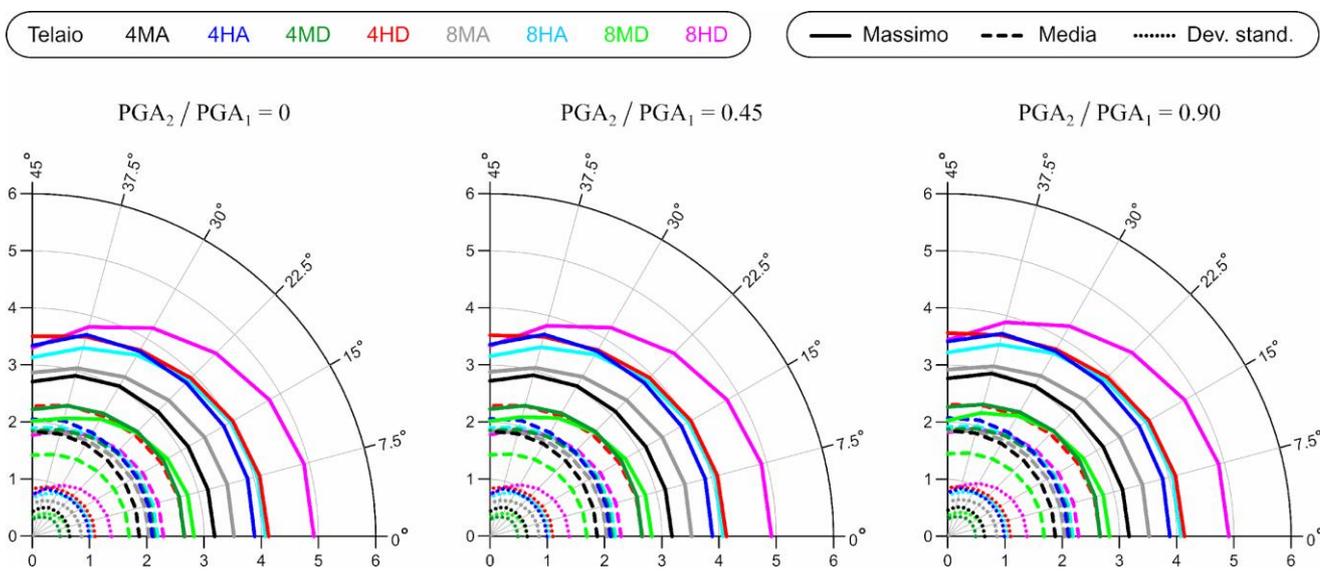


Figura 8. Domanda cinematica alle travi interne.

I fattori  $r_\theta$  dei pilastri di bordo e delle campate laterali sono nelle Fig. 5 e 6, rispettivamente. I tre grafici in ogni figura corrispondono ai tre rapporti delle PGA principali. Ogni grafico riporta sugli assi radiali i valori di  $r_\theta$  in analogia alla Fig. 2: l'inclinazione di ciascun asse radiale è l'angolo tra la direzione principale 1 (2) e l'orizzontale (la verticale). Le due situazioni estreme sono sugli assi radiali orizzontali (componenti sismiche scorrelate e varianze massima e minima) e sugli assi radiali verticali (correlazione massima e varianze uguali tra loro).

Pertanto, l'effetto della componente sismica verticale scorrelata si stima confrontando i fattori sugli assi radiali orizzontali. Non emerge nessuna differenza apprezzabile in termini di domanda massima tra i piani (linee continue), di domanda

media (linee a tratti) e di dispersione della domanda (linee a punti), qualunque sia il telaio (colore delle linee). Ciò convalida le norme che, appunto, consentono di trascurare la componente verticale indipendente nel progetto degli edifici regolari. Ovviamente, lo stesso risultato non è garantito con un rapporto delle PGA maggiore di 0.90, il massimo previsto dall'Eurocodice 8.

La conclusione cambia se si considera l'effetto della componente verticale correlata. Al crescere della correlazione, la domanda massima ai pilastri di bordo (Fig. 5) cresce in ogni telaio. Come casi estremi, il fattore  $r_\theta$  passa da circa 2 a 3.5÷4 per il telaio 8MA, da circa 2 a 4÷4.5 per il telaio 8HA, da 4 a circa 5 per il telaio 4HD, da poco meno di 3.5 a circa 5 per il telaio 8HD. Confrontando gli assi verticali da sinistra a destra, la domanda

massima cala, seppure di poco. Questo conferma che la correlazione conta più della componente verticale di per sé. Infatti da sinistra a destra, al crescere del rapporto delle PGA, la correlazione cala, mentre aumentano le varianze sia verticale sia orizzontale, uguali tra loro e pari alla media delle varianze minima e massima (Sez. 3). Un fattore  $r_\theta$  che aumenta da 2 a 4 paventa una reale plasticizzazione di pilastri progettati per essere forti rispetto alle travi. D'altronde, le medie dei fattori  $r_\theta$  sono quasi invariate a ridosso di 2, che quindi corrisponderebbe ad una plasticizzazione inibita nel complesso e nella sostanza. Invece, a conferma del peggioramento per certi pilastri, le deviazioni standard dei fattori  $r_\theta$  crescono con la correlazione; i coefficienti di variazione risultano anche dell'ordine del 50%.

Passando all'effetto sulle campate laterali della componente verticale correlata (Fig. 6), si vedono risultati contrari rispetto ai pilastri. Al crescere della correlazione, in vari telai diminuiscono sia la domanda massima sia la deviazione standard. Il

caso più appariscente è quello del telaio 8HD, uno di quelli citati per l'incremento nei pilastri. Il valore massimo cala da oltre 5.5 a meno di 4.5; la deviazione standard cala da quasi 1.5 a meno di 1. Una domanda minore alle travi e maggiore ai pilastri ribadisce che la correlazione è negativa, perché il meccanismo plastico si allontana dallo schema globale verso quello del piano soffice.

L'esame dei fattori  $r_\theta$  dei membri interni (Fig. 7 e 8) conferma in sintesi il quadro già delineato. In generale, le domande sono minori rispetto ai membri di bordo. Nondimeno, per citare un caso eclatante, la domanda massima ai pilastri interni del telaio 8HD aumenta da meno di 1.5 a circa 3.5, mentre la domanda massima alle travi interne dello stesso telaio diminuisce da quasi 5 a meno di 3.5. Minore è la correlazione, minore (di poco, ma in misura visibile) è la domanda massima ai pilastri, nonostante la maggiore varianza comune (assi verticali in Fig. 7). Nel complesso, le medie variano poco; le deviazioni standard crescono nei pilastri e diminuiscono nelle travi.

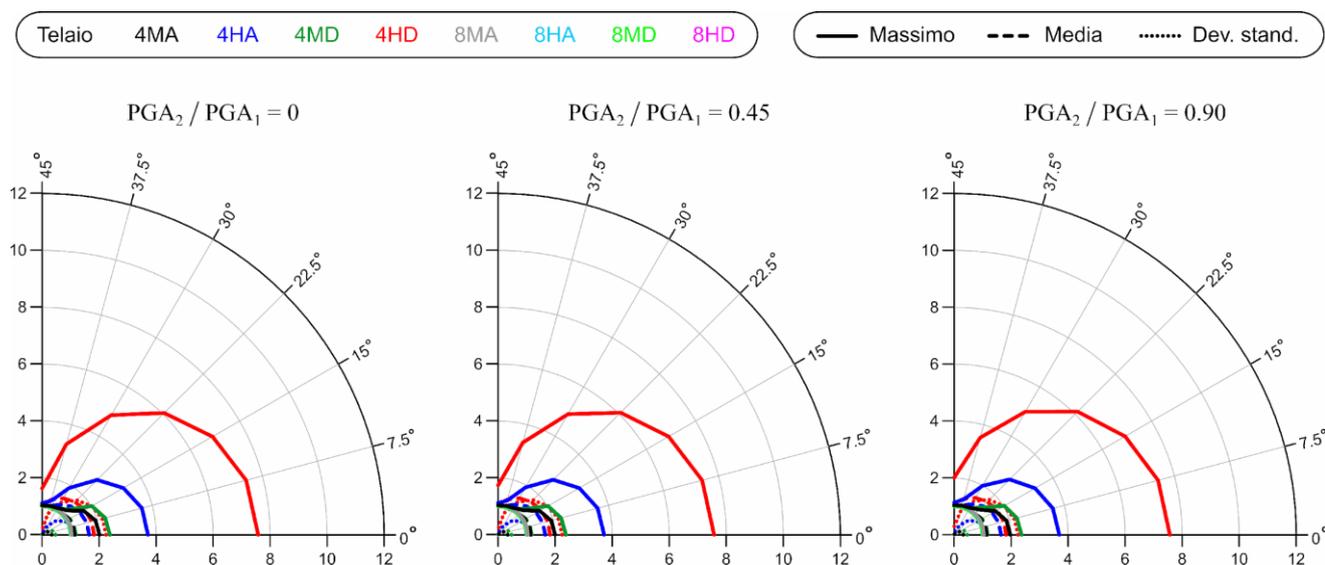


Figura 9. Domanda ciclica ai pilastri di bordo.

Telaio 4MA 4HA 4MD 4HD 8MA 8HA 8MD 8HD

— Massimo - - - Media ..... Dev. stand.

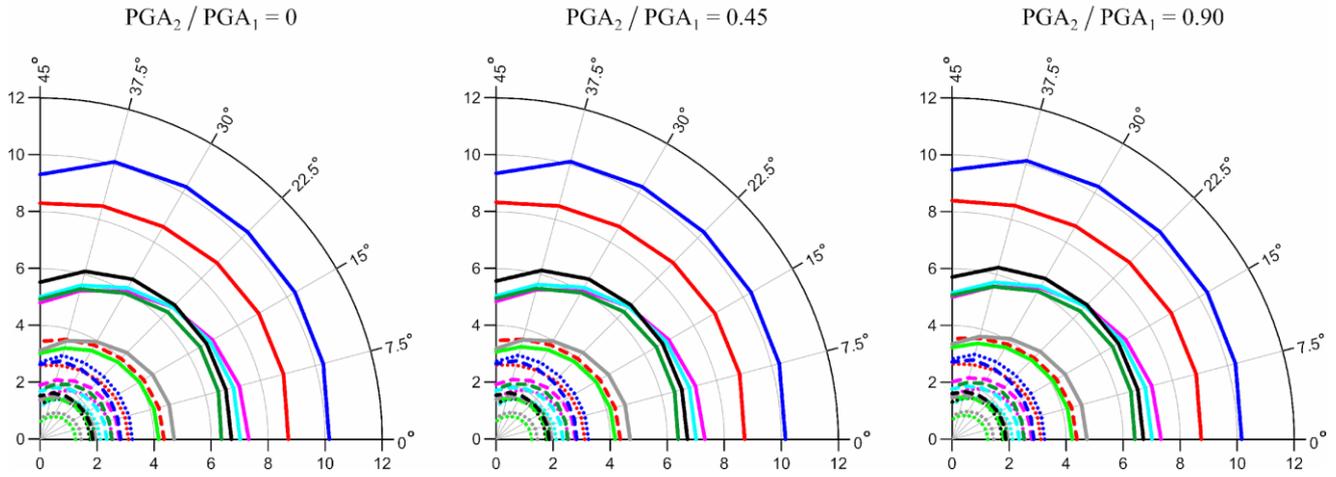


Figura 10. Domanda ciclica alle travi di bordo.

Telaio 4MA 4HA 4MD 4HD 8MA 8HA 8MD 8HD

— Massimo - - - Media ..... Dev. stand.

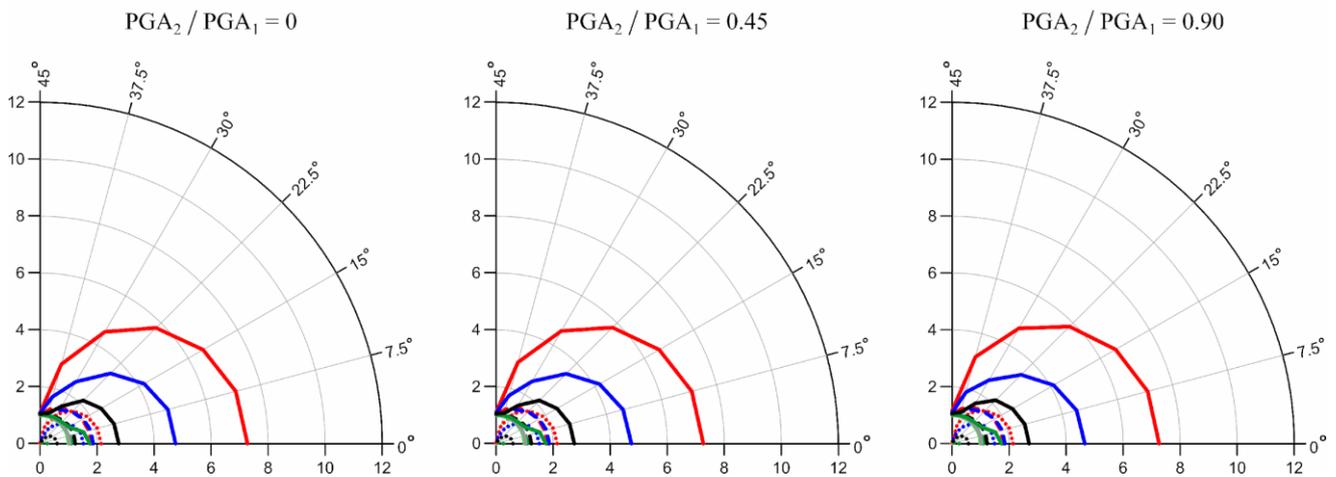


Figura 11. Domanda ciclica ai pilastri interni.

Telaio 4MA 4HA 4MD 4HD 8MA 8HA 8MD 8HD

— Massimo - - - Media ..... Dev. stand.

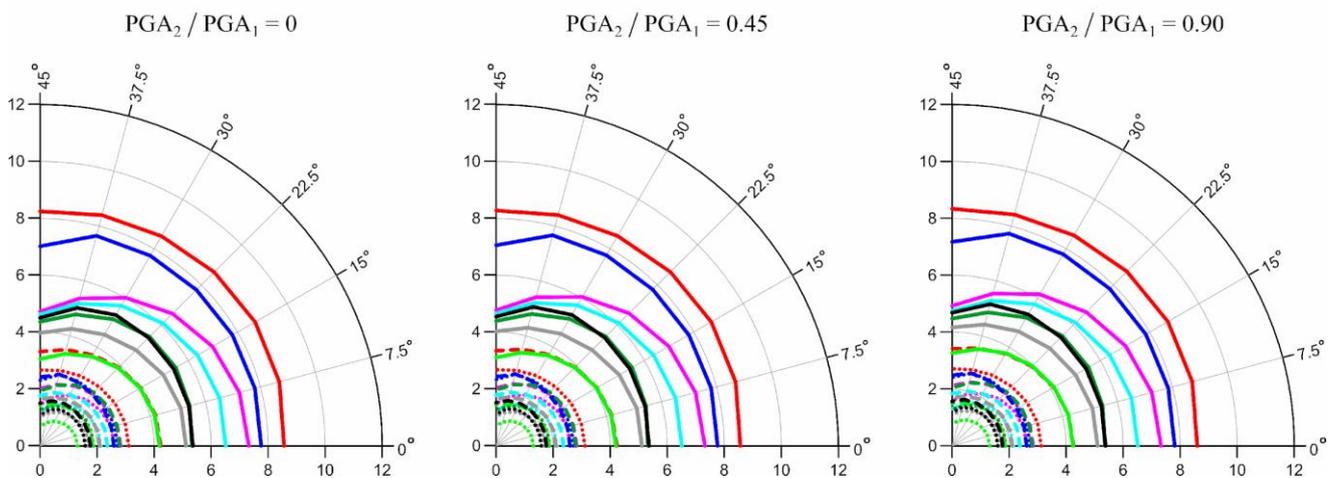


Figura 12. Domanda ciclica alle travi interne.

## 7.2 Domanda ciclica

Come domanda di duttilità ciclica in rotazione, basata sull'energia dissipata per isteresi da ogni molla piuttosto che sui frattili della sua rotazione, si considera il fattore seguente

$$r_E = 1 + \frac{2(1-\alpha) E\{\dot{z}\theta\}}{M_{y+}\theta_{y+} + M_{y-}\theta_{y-}} \quad (31)$$

$E\{\cdot\}$  indica il valore atteso. Quindi, il numeratore è essenzialmente il tasso medio di dissipazione d'energia per isteresi (Lutes e Sarkani 2004).  $M_{y+}$  e  $M_{y-}$  sono rispettivamente i momenti flettenti al primo snervamento nelle direzioni positiva e negativa. Il primo snervamento è identificato con l'intersezione della tangente all'origine con gli asintoti obliqui del legame costitutivo continuo secondo Bouc e Wen (Colangelo 2018). Pertanto, al denominatore dell'Eq. 31 compare una sorta di energia potenziale di deformazione elastica al primo snervamento, a normalizzare l'energia dissipata per isteresi.

Come la domanda cinematica già esaminata, la domanda ciclica massima non sembra risentire della componente sismica verticale scorrelata (assi orizzontali in Fig. 9 e 10 rispettivamente per i pilastri e per le campate esterni, ed in Fig. 11 e 12 rispettivamente per i pilastri e per le campate interni).

Invece, al contrario della domanda cinematica, la domanda ciclica massima ai pilastri di bordo (Fig. 9) ed interni (Fig. 11) diminuisce al crescere della correlazione. Questo risulta per i casi più eclatanti (telai 4HD e 4HA), mentre per gli altri telai la domanda ciclica massima non sembra particolarmente importante, così come la media e la deviazione standard della domanda ciclica in generale. Le differenze tra i pilastri di bordo ed i pilastri interni appaiono marginali.

Riguardo alle travi, similmente alla domanda cinematica, nei casi più appariscenti la domanda ciclica massima alle campate laterali (Fig. 10) supera quella alle campate interne (Fig. 12). La domanda ciclica massima è poco sensibile alla correlazione (telai 4HA e 4HD) o diminuisce con l'aumentare della correlazione (telai analoghi con otto piani, 8HA e 8HD). In ogni caso, la media della domanda ciclica sembra indifferente alla

correlazione. Laddove si distingue una variazione della deviazione standard della domanda ciclica, ancora una volta questa si riduce al crescere della correlazione, in misura minore rispetto alla domanda cinematica.

## 7.3 Commenti ulteriori

Un esame individuale dei valori attesi e delle varianze delle rotazioni  $\theta$ , qui omesso, rivela che la correlazione accresce visibilmente il valore atteso della rotazione dei pilastri, ma non la sua varianza. Ciò porta appunto all'incremento della domanda cinematica, ma non di quella ciclica. Questo effetto si può spiegare semplicisticamente con l'asimmetria che nasce nel telaio a seguito dell'interazione PM, asimmetria accentuata dalle componenti correlate che, in modo sistematico, generano sollecitazioni concordi in un pilastro e discordi nel pilastro opposto sullo stesso piano.

Si noti che, come deve essere, ogni domanda (sia cinematica sia ciclica, sia ai pilastri sia alle travi, in zona sia laterale sia interna) è massima in un telaio progettato con la duttilità alta. Non si distingue un ruolo chiaro per il numero dei piani. Invece, ogni domanda è massima sul suolo D, con la sola eccezione evidente della domanda ciclica alle travi laterali (Fig. 10).

Infine, la domanda massima ai pilastri, quella cinematica soprattutto, si trova invero in piani intermedi, piuttosto che sistematicamente nella regione critica adiacente alla fondazione. Quindi, il peggioramento del meccanismo plastico verso lo schema del piano soffice è reale.

## 8 CONCLUSIONI

Si è quantificata parametricamente la domanda di duttilità in rotazione a telai di CA regolari progettati secondo gli Eurocodici. L'enfasi è sulla correlazione statistica della componente sismica verticale con quella orizzontale, correlazione la cui entità è indicata come significativa, almeno in prossimità della sorgente, dalla limitata letteratura al riguardo. Le componenti sismiche sono trattate in ambito probabilistico, per regolare al meglio la loro covarianza incrociata nell'analisi stocastica parametrica.

In assenza della correlazione, la componente verticale tanto intensa quanto prescritto per gli edifici irregolari dall'Eurocodice 8 non ha effetti degni di nota. E' una convalida delle disposizioni di norma che consentono, per gli edifici regolari, di trascurare la componente verticale rispetto alla

componente orizzontale, essendo le componenti assegnate come indipendenti. Questa conclusione riguarda, a rigore, la sola domanda. Qui non si è esaminata la capacità, per esempio la resistenza al taglio dei pilastri in funzione dello sforzo assiale variabile per effetto della componente verticale. Sulla capacità la componente verticale potrebbe influire diversamente.

Soprattutto, la conclusione è opposta per la componente verticale correlata, il cui effetto è chiaramente negativo. Esso può consistere anche nel raddoppio della domanda cinematica massima ai pilastri, la cui protezione dalla plasticizzazione sembra essere messa in pericolo. In generale, la domanda cinematica massima alle travi si riduce, però questo non migliora il giudizio negativo, perché l'incremento della domanda ai pilastri ed il decremento della domanda alle travi suggerisce un peggioramento del meccanismo plastico del telaio dallo schema globale verso quello del piano sofficce.

Una riduzione pressoché sistematica risulta per la domanda ciclica massima ai pilastri e alle travi. La correlazione mutua delle componenti sismiche aumenterebbe il valore atteso della rotazione dei pilastri, più che la sua varianza. Come motivo si indicherebbe l'asimmetria indotta nel telaio dalle componenti correlate, unitamente all'interazione PM. Circa questo aspetto sono in corso indagini ulteriori.

Sulla base dei risultati presentati qui, sembra fondamentale tenere conto della correlazione mutua delle componenti sismiche, almeno in vicinanza della sorgente. Trattare le componenti come indipendenti e considerare le sole varianze può implicare una sottostima inaccettabile della domanda in rotazione.

#### RINGRAZIAMENTI

Lo studio descritto in questa memoria è stato realizzato in parte grazie ai fondi del progetto DPC-ReLUIS 2016, settore 6, assegnati all'unità dell'Aquila.

#### RIFERIMENTI

Bouc, R., 1967. Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. *4<sup>th</sup> Conference on Nonlinear Oscillations*. Prague, Czechoslovakia.

- Button, M.R., Cronin, C.J., Mayes, R.L., 2002. Effect of vertical motions on seismic response of highway bridges. *Journal of Structural Engineering*, **128**(12), 1551-64.
- Clough, R.W., Penzien, J., 2003. *Dynamics of Structures*, Computers and Structures Inc.
- Colangelo, F., 2013. Drift-sensitive non-structural damage to masonry-infilled reinforced concrete frames designed to Eurocode 8. *Bulletin of Earthquake Engineering*, **11**(6), 2151-76.
- Colangelo, F., 2017. Interaction of axial force and bending moment by using Bouc-Wen hysteresis and stochastic linearization. *Structural Safety*, **67**, 39-53.
- Colangelo, F., 2018. Effect of axial force-bending moment interaction on stochastic nonzero mean seismic response of reinforced concrete frames. *Engineering Structures*, **174**, 139-53.
- Colangelo, F., Giannini, R., Pinto, P.E., 1996. Seismic reliability analysis of reinforced concrete structures with stochastic properties. *Structural Safety*, **18**(2/3), 151-68.
- Collier, C.J., Elnashai, A.S., 2001. A procedure for combining vertical and horizontal seismic action effects. *Journal of Earthquake Engineering*, **5**(4), 521-39.
- Davenport, A.G., 1964. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, **28**(2), 187-96.
- Decreto 17/1/2018. *Aggiornamento delle «Norme Tecniche per le Costruzioni»*, Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.
- Der Kiureghian, A., 1980. Structural response to stationary excitation. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, **106**(6), 1195-213.
- Di Sarno, L., Elnashai, A.S., Manfredi, G., 2011. Assessment of RC columns subjected to horizontal and vertical ground motions recorded during the 2009 L'Aquila (Italy) earthquake. *Engineering Structures*, **33**, 1514-35.
- Doğangün, A., 2004. Performance of reinforced concrete buildings during the May 1, 2003 Bingöl Earthquake in Turkey. *Engineering Structures*, **26**(6), 841-56.
- EN 1998-1, 2004. *Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance—Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings*, European Committee for Standardization.
- Giaralis, A., Spanos, P.D., 2012. Derivation of response spectrum compatible non-stationary stochastic processes relying on Monte Carlo-based peak factor estimation. *Earthquakes and Structures*, **3**(3-4), 581-609.
- Gupta, A.K., 1990. *Response Spectrum Method*, Blackwell.
- Harrington, C.C., Liel, A.B., 2016. Collapse assessment of moment frame buildings, considering vertical ground shaking. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **45**(15), 2475-93.
- Hernández, J.J., López, O.A., 2003. Evaluation of combination rules for peak response calculation in three-component seismic analysis. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **32**(10):1585-602.
- Huang, Y.-N., Yen, W.-Y., Whittaker, A.S., 2016. Correlation of horizontal and vertical components of strong ground motion for response-history analysis of safety-related nuclear facilities. *Nuclear Engineering and Design*, **310**, 273-79.
- Ikhrouane, F., Hurtado, J.E., Rodellar, J., 2007. Variation of the hysteresis loop with the Bouc-Wen model parameters. *Nonlinear Dynamics*, **48**(4), 361-80.

- Kim, S.J., Holub, C.J., Elnashai, A.S., 2011. Analytical assessment of the effect of vertical earthquake motion on RC bridge piers. *Journal of Structural Engineering*, **137**(2), 252-60.
- Lin, Y.K., Shih, T.-Y., 1981. Vertical seismic load effect on building response. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, **107**(EM2), 331-43.
- López, O.A., Hernández, J.J., Bonilla, R., Fernández, A., 2006. Response spectra for multicomponent structural analysis. *Earthquake Spectra*, **22**(1), 85-113.
- Lutes, L.D., Sarkani, S., 2004. *Random Vibrations*. Elsevier.
- Mazza, F., Vulcano, A., 2012. Effects of near-fault ground motions on the nonlinear dynamic response of base-isolated rc framed buildings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **41**(2), 211-32.
- Moschen, L., Medina, R.A., Adam, C., 2016. Vertical acceleration demands on column lines of steel moment-resisting frames. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **45**(12), 2039-60.
- Papazoglou, A.J., Elnashai, A.S., 1996. Analytical and field evidence of the damaging effect of vertical earthquake ground motion. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **25**(10), 1109-37.
- Penzien, J., Watabe, M., 1974. Characteristics of 3-D earthquake ground motions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **3**(4), 365-73.
- Roberts, J.B., Spanos, P.D., 2003. *Random Vibration and Statistical Linearization*, Dover.
- Shih, T.-Y., Lin, Y.K., 1982. Vertical seismic load effect on hysteretic columns. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, **108**(EM2), 242-54.
- Socha, L., 2008. *Linearization Methods for Stochastic Dynamic Systems*, Springer.
- Vanmarcke, E.H., 1976. Structural response to earthquakes. In: Lomnitz, C., Rosenblueth, E., (editors). *Seismic Risk and Engineering Decisions*. Elsevier.
- Warn, G.P., Whittaker, A.S., 2008. Vertical earthquake loads on seismic isolation systems in bridges. *Journal of Structural Engineering*, **134**(11), 1696-704.
- Wen, Y.-K., 1976. Method for random vibration of hysteretic systems. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, **102**(EM2), 249-63.