



Prove di compressione diagonale su pannelli murari: l'interpretazione dei risultati e la definizione di un criterio di resistenza

Antonio Sandoli^a, Antonio Gesualdo^a, Michela Monaco^b, Bruno Calderoni^a

^a Dipartimento di Strutture per l'Ingegneria e l'Architettura (Di.St.), Università degli Studi di Napoli "Federico II", via Claudio 21, 80125 Napoli, Italy

^b Dipartimento di Architettura e Progettazione Industriale, Università della Campania "Luigi Vanvitelli", Aversa, Italy

Keywords: Compressione diagonale; prova diagonale; resistenza a taglio; dominio limite; Drucker-Prager.

ABSTRACT

La resistenza a taglio di pannelli murari rappresenta un elemento fondamentale per la capacità sismica degli edifici in muratura. Pertanto, una corretta stima di tale resistenza è, senza dubbio, di primaria importanza sia per la valutazione della vulnerabilità sismica degli edifici esistenti, sia per le nuove progettazioni.

Allo stato attuale diverse sono le formulazioni proposte in letteratura o presenti nei codici normativi per la stima della resistenza a taglio, anche se spesso ricavate da differenti ipotesi sullo stato tensionale che si instaura all'interno del pannello o ottenute con diverse modalità di prova.

In questo articolo è stato analizzato il problema della determinazione della resistenza a taglio di pannelli murari mediante prove di compressione diagonale, formulando un criterio di resistenza alternativo per l'interpretazione dei risultati sperimentali. In particolare è stata proposta una modifica al criterio di Drucker-Prager che, tipicamente espresso in tensioni principali, è stato rielaborato in termini di tensioni tangenziali. La superficie limite proposta, nel piano di Mohr, è descritta mediante due rette aventi differenti inclinazioni (coefficiente di attrito) nel quadrante delle compressioni ed in quello delle trazioni. I risultati teorici ottenuti sono stati poi validati confrontandoli con quelli di prove sperimentali presenti in letteratura scientifica, nonché comparati con le formulazioni attualmente presenti nei codici normativi.

1 INTRODUZIONE

La resistenza nel piano di pareti murarie rappresenta un elemento fondamentale per la determinazione della capacità sismica degli edifici in muratura, sia nuovi che esistenti.

La risposta sismica dei maschi murari sollecitati da azioni sismiche nel piano dipende principalmente dalla combinazione tra entità dello sforzo assiale, geometria (rapporto di snellezza), condizioni di vincolo e resistenza meccanica. Generalmente, i meccanismi resistenti dei maschi murari nel piano possono essere di tipo pressoflessionali o a taglio e sono funzione di una combinazione dei suddetti parametri. In particolare, la crisi a taglio può avvenire per scorrimento, oppure per trazione diagonale (Tomazevic, 1999; Gesualdo et al., 2019). Sebbene in letteratura sono fornite differenti formulazioni finalizzate alla determinazione della resistenza a taglio, essa rappresenta ancora un

tema di ricerca dibattuto in ambito scientifico (Monaco et al., 2018).

Gli eventi sismici degli ultimi quarant'anni hanno dimostrato come la crisi per taglio da trazione rappresenta certamente la modalità di collasso più frequente nei maschi murati degli edifici in muratura "moderni" ed in tutti quelli in cui, causa interventi di miglioramento, i meccanismi di collasso delle pareti fuori piano sono stati disattivati (Calderoni et al. 2016, Sandoli e Calderoni, 2018). Tale meccanismo si manifesta con lesioni diagonali a croce di Sant'Andrea che si dipartono dal centro del pannello fino a raggiungere gli spigoli dello stesso. L'attivazione di tali lesioni è scaturita dall'attingimento della massima tensione principale di trazione al centro del pannello, orientata in direzione ortogonale a quella della lesione stessa (Turnsek e Cacovic, 1971).

In questo lavoro è stato affrontato il problema della determinazione della resistenza a taglio di

pannelli murari (non armati) sollecitati da azioni sismiche nel piano, la cui crisi avviene per trazione diagonale.

La prova di compressione diagonale è la tipologia di test che meglio simula tale meccanismo di crisi ed è utilizzata proprio per determinare valori di resistenza a taglio. Essa consiste nel sottoporre il pannello murario a sollecitazioni di compressione in direzione inclinata rispetto alla direzione dei letti di malta (o dei filari di blocchi) e quindi in grado di riprodurre un quadro fessurativo caratterizzato da lesioni diagonali (Fig. 1).

Le modalità di esecuzione e l'interpretazione dei risultati di prove di compressione diagonale sono codificate, a livello internazionale, dalla normativa americana ASTM E519M-15 e dalle indicazioni RILEM TC-76 LUM. Entrambe queste norme forniscono due modi alternativi per l'interpretazione dei risultati sperimentali di compressione diagonale. In particolare, consentono di risalire alla resistenza a taglio della muratura, seppur basandosi su una differente interpretazione dello stato tensionale che si instaura al centro del pannello. Questo, ovviamente, conduce a differenti stime di resistenza a taglio. Alcuni interessanti risultati riguardanti l'interpretazione dei risultati di prove diagonali sono riportati in (Calderini et al., 2010 e 2016; Incerti et al., 2016).

A tal fine è stato condotto uno studio volto ad indagare il reale stato tensionale che si instaura all'interno dei pannelli murari e ad evidenziare le differenze in termini valori di resistenza a taglio che si ottengono applicando le formulazioni normative in precedenza indicate. Tale confronto è stato svolto riferendosi a prove sperimentali di compressione diagonale presenti in letteratura.



Figura 1. Prova di compressione diagonale (Gattesco e Boem, 2015).

È stata successivamente investigata la possibilità di impiego del ben noto criterio di resistenza di Drucker-Prager (Drucker e Prager, 1952) – già ampiamente utilizzato nell'ambito della modellazione della risposta meccanica della muratura (Lourenço, 2014; Bergamasco et al., 2018) - per interpretare i risultati di prove di compressione diagonale. Più nel dettaglio, si propone una “modifica” al criterio con lo scopo di definire una espressione analitica della resistenza a partire da prove di compressione diagonale. I risultati così ottenuti sono stati comparati con quelli ricavati dalle formulazioni normative attualmente più utilizzate. I risultati mostrano come il criterio di Drucker-Prager può essere una valida alternativa, rispetto ai metodi già esistenti, per determinare la resistenza a taglio.

2 METODI PER LA STIMA DELLA RESISTENZA A TAGLIO

La resistenza a taglio ricavata mediante prove di compressione diagonale è generalmente ottenuta tramite formulazioni analitiche, spesso fondate su differenti ipotesi riguardanti lo stato tensionale che insorge all'interno al pannello. Di seguito verranno evidenziate le principali differenze relative alle formulazioni analitiche proposte rispettivamente dalla ASTM e dalla RILEM.

2.1 ASTM E519M-15

Secondo le indicazioni della norma ASTM la prova di compressione diagonale va eseguita su pannelli quadrati, di lato 1.20 m, con i letti di malta orientati a 45° rispetto alla direzione verticale di applicazione del carico, quest'ultimo costituito da due forze, uguali e contrarie, applicate agli spigoli del provino ed aventi la direzione della sua diagonale (con o senza la l'aggiunta di carico verticale).

Con riferimento alla Fig. 2a, la forza di compressione P agente nello spigolo del pannello può essere scomposta in due forze parallele ai lati del provino aventi uguale modulo, pari a:

$$P_1 = P_2 = P \sin(45^\circ) \quad (1)$$

Al centro del pannello nasce uno stato tensionale di taglio puro con valore della massima tensione tangenziale uguale, in modulo, alle massime tensioni principali di compressione (σ_I) e di trazione (σ_{II}), rispettivamente pari a:

$$\tau_{ASTM} = |\sigma_I| = |\sigma_{II}| = \frac{0.707P}{A_n} \quad (2)$$

essendo A_n l'area netta della sezione trasversale calcolata come:

$$A_n = \left(\frac{w+h}{2} \right) t \quad (3)$$

dove w ed h sono le dimensioni del pannello e t il suo spessore.

In Fig. 2b sono rappresentati il cerchio di Mohr relativo allo stato tensionale di taglio puro e l'inclinazione delle direzioni principali di tensione (pari a 45°).

2.2 RILEM TC-76 LUM

Secondo le indicazioni contenute nella RILEM, invece, lo stato tensionale al centro del pannello è caratterizzato da una combinazione di tensioni normali di compressione e tensioni tangenziali. Va subito precisato che questa ipotesi trova riscontro, oltre che su modelli teorici e numerici in campo elastico, anche in studi derivanti dalla teoria della fotoelasticità (Froncht, 1931). Quest'ultima può considerarsi, infatti, un'antenata dell'attuale metodo agli elementi finiti e i risultati da essa derivati sono del tutto paragonabili con quelli derivati dalle analisi elastiche agli elementi finiti.

Pertanto, con riferimento al cubetto elementare rappresentato in Fig. 3a ed al relativo cerchio di Mohr (Fig. 3b), le tensioni normali di compressione e quelle tangenziali agenti lati del cubetto valgono rispettivamente:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -0.56 \frac{P}{A_n} \quad (4)$$

$$\tau_{RILEM} = 1.05 \frac{P}{A_n} \quad (5)$$

Invece, le massime tensioni principali di compressione e trazione si possono determinare come segue:

$$\sigma_I = -1.62 \frac{P}{A_n} \quad (6)$$

$$\sigma_{II} = 0.49 \frac{P}{A_n} \quad (7)$$

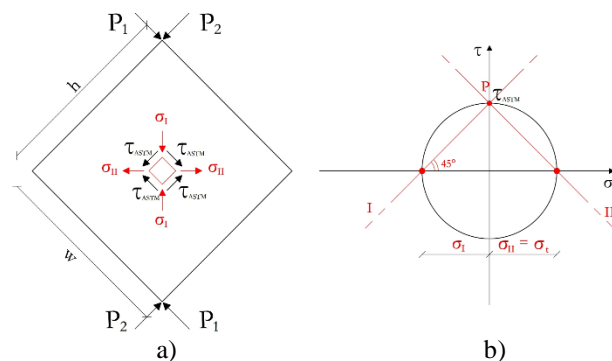


Figura 2. a) stato tensionale al centro del pannello secondo la ASTM, b) cerchio di Mohr e direzioni principali

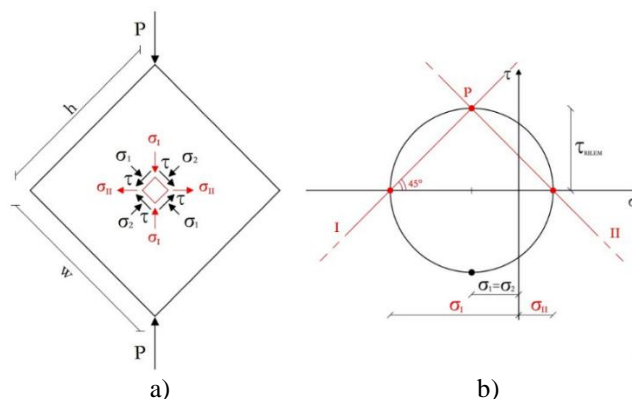


Figura 3. a) stato tensionale al centro del pannello secondo la RILEM, b) cerchio di Mohr e direzioni principali

2.3 Analisi elastica, teorica e numerica

Stabilito che la crisi del pannello murario soggetto a compressione diagonale si manifesta per raggiungimento della massima tensione principale di trazione al centro dello stesso, la differenza fondamentale tra l'approccio RILEM e quello ASTM consiste nel fatto di considerare o meno la presenza di tensioni normali al centro del pannello.

L'analisi del problema elastico delle lastre sollecitate da un'azione concentrata conferma, in maniera alquanto rigorosa, la presenza di una distribuzione di tensioni normali lungo le due diagonali del pannello. Questo può essere verificato ricorrendo, ad esempio, alla soluzione del problema elastico di Boussinesq (lastra semi-indefinita caricata da una forza concentrata in un punto). Si evince che lungo la direzione della diagonale compressa le tensioni di compressione (σ_x) assumono un andamento caratterizzato da un valore massimo (ed in teoria infinito) in corrispondenza del punto di applicazione del carico P per poi diminuire in maniera non lineare lungo la diagonale stessa, fino a raggiungere il valore minimo al centro del pannello (Fig. 4). Le tensioni di trazione (σ_y), invece, assumono valore nullo nel punto di applicazione della forza e valore

massimo al centro del pannello. Per quanto riguarda la direzione della diagonale non caricata, sia le tensioni di compressione che quelle di trazione hanno valore massimo al centro del pannello, ma con valore della tensione di trazione pari a circa un terzo di quella di compressione e, per entrambe, gli andamenti si smorzano avvicinandosi ai vertici non caricati (Fig. 4).

La presenza delle tensioni normali è, inoltre, facilmente verificabile attraverso analisi numeriche agli elementi finiti bidimensionali (*FEM*). A tal proposito è stata sviluppata dagli autori una analisi *FEM* di un pannello murario mediante il software *SAP2000*, simulando una condizione di carico corrispondente alla prova compressione diagonale (Fig. 5). Il pannello, di forma quadrata, ha lati pari a 1.20 m, spessore $t = 0.25$ m e modulo elastico $E = 10000$ MPa. Il modello, realizzato con elementi shell 60x60 mm a comportamento elastico, omogeneo ed isotropo, è stato vincolato in testa e alla base ad un elemento di acciaio. Il carico verticale è stato trasmesso tramite una piastra metallica superiore, a cui è applicato un carico distribuito sull'intero sviluppo della piastra stessa (la cui risultante è di modulo pari al carico P). La piastra inferiore, invece, è stata vincolata a terra mediante appoggi diffusi (Fig. 5a).

In Fig. 5b è rappresentato l'andamento delle direzioni isostatiche di trazione e di compressione, mentre in Fig. 5c e 5d sono rappresentati gli andamenti qualitativi delle tensioni di compressione e di trazione lungo la diagonale non caricata ottenute con il modello *FEM*. L'andamento ottenuto è identico a quello fornito dalla soluzione teorica elastica (Fig. 4). L'analisi svolta conferma la contemporanea presenza, inequivocabile, di tensioni normali e tensioni tangenziali al centro del pannello e che, almeno da un punto di vista teorico, lo stato tensionale non può considerarsi di semplice taglio puro.

3 CONFRONTO TRA LE DIVERSE SOLUZIONI

In questo paragrafo viene riportato un confronto tra i valori di resistenza a taglio che si ottengono applicando le formulazioni contenute nelle due normative, ASTM e RILEM rispettivamente.

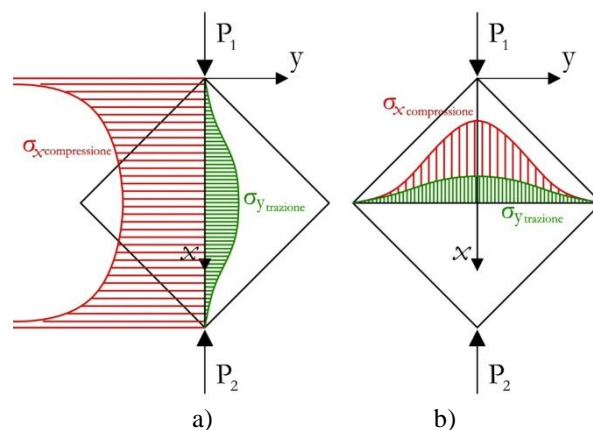


Figura 4. Distribuzione delle tensioni lungo le due diagonali del pannello secondo la teoria elastica: a) diagonale caricata, b) diagonale non caricata

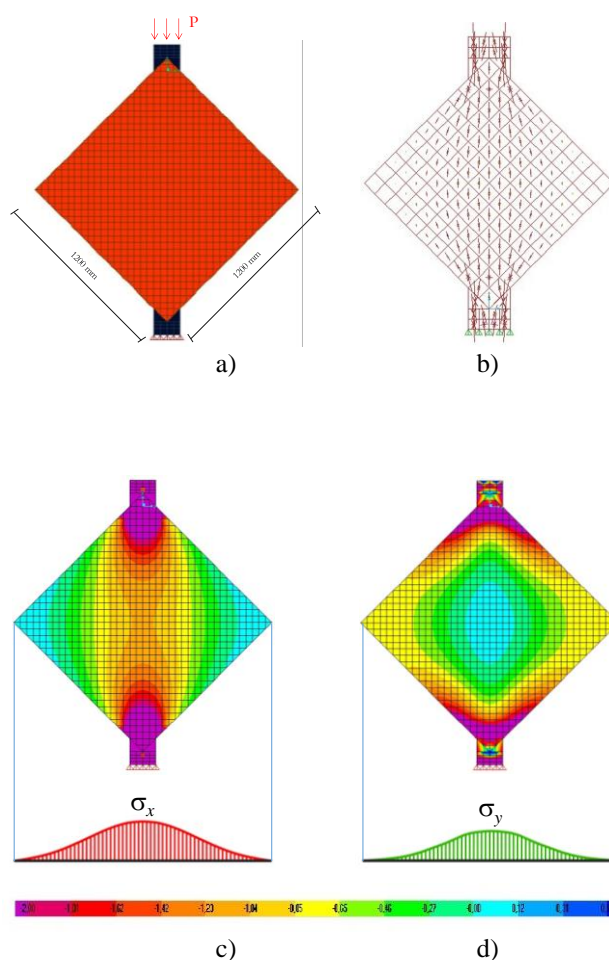


Figura 5. a) Modello numerico del pannello, b) andamento direzioni principali, c) andamento delle tensioni di compressione, d) andamento delle tensioni di trazione

Il confronto è stato sviluppato elaborando i risultati di alcune prove di compressione diagonale reperite in letteratura, con particolare riferimento alle seguenti:

- Corradi et al., 2003: prove in situ su pannelli murari quadrati, di lato 1200 mm e spessore 480 mm, realizzati con muratura in laterizio;
- Gabor et al., 2006: prove di laboratorio su pannelli murari rettangolari 840x870 mm, spessore 300 mm, realizzati con laterizi forati;
- Sousa et al., 2011: prove di laboratorio su pannelli quadrati, di lato 800 mm e spessore 350 mm, realizzati con blocchi in calcestruzzo.
- Parisi et al., 2013: prove di laboratorio su pannelli murari quadrati, di lato 1230 mm e spessore 310 mm, realizzati con blocchi in pietra di tufo;
- Gattesco e Boem, 2015: prove di laboratorio su pannelli murari quadrati, di lato 1160 mm e spessore 250 mm, realizzati con mattoni in laterizio

In Tab. 1 è riportato il confronto tra i valori di resistenza a taglio ricavati con le formulazioni ASTM e RILEM (indicate rispettivamente con τ_{ASTM} e τ_{RILEM}), calcolate con riferimento al massimo carico di compressione agente sul pannello registrato durante la prova sperimentale. Nella stessa tabella è stato riportato anche il valore di resistenza a taglio ricavato da analisi numeriche (indicata con τ_{FEM}), svolte sui medesimi pannelli murari schematizzati mediante modelli *FEM*. I pannelli murari sono stati modellati con elementi shell quadrati a comportamento elastico, omogeneo ed isotropo (nella modalità descritta al par. 2).

Nella medesima tabella sono stati anche riportati i valori delle le massime tensioni principali di compressione e trazione (indicate rispettivamente con $\sigma_{I,FEM}$ e $\sigma_{II,FEM}$), ricavati direttamente dal modello numerico. Invece, con $\Delta_{ASTMvsFEM}$ e con

$\Delta_{RILEMvsFEM}$ sono indicati gli scarti percentuali rispetto al corrispondente modello numerico dei valori di resistenza a taglio della ASTM e della RILEM.

Dal confronto dei risultati si nota che i valori di τ_{ASTM} risultano più elevati rispetto ai corrispondenti valori forniti dalla RILEM e sono affetti da uno scarto percentuale medio rispetto ai valori *FEM* di poco superiore al 20%. Invece, i valori di resistenza τ_{RILEM} sono significativamente paragonabili con i valori numerici (τ_{FEM}) e si differenziano da questi ultimi per uno scarto percentuale medio intorno al 3-4%.

Assodata la validità dei modelli *FEM* nel riprodurre l'effettivo stato di tensione nei pannelli murari, appare evidente che la formulazione contenuta nella ASTM risulti più idonea per la stima della resistenza a taglio derivante da prove di compressione diagonale. D'altra parte, infatti, le ipotesi alla base del modello RILEM sono le medesime di quelle su cui si fondano i modelli teorici elastici.

4 FORMULAZIONE DI UN CRITERIO DI RESISTENZA

I confronti eseguiti nel paragrafo precedente hanno dimostrato che per ottenere soluzioni più veritiere sulla resistenza a taglio è necessario considerare la contemporanea presenza di tensioni normali e tangenziali al centro del pannello. Sulla base di ciò è stato proposto un criterio di resistenza - alternativo a quelli già esistenti - finalizzato alla determinazione della massima resistenza a taglio di pannelli murari soggetti a compressione diagonale.

Questo è stato fatto, apportando una "modifica" al ben noto criterio di Drucker-Prager, già ampiamente utilizzato come criterio di rottura per le murature.

Tabella 1. Confronto tra le resistenze a taglio

Autori	Muratura	$B \times H$	t	τ_{ASTM}	τ_{RILEM}	τ_{FEM}	$\sigma_{I,FEM}$	$\sigma_{II,FEM}$	Δ	Δ
									ASTM vs FEM	RILEM vs FEM
		(mm)	(mm)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(%)	(%)
Corradi et al. (2003)	Laterizio	1200x1200	480	0.072	0.102	0.090	-0.162	0.050	25.0	11.8
	Laterizio	1200x1200	300	0.069	0.084	0.084	-0.151	0.047	21.7	0.00
Gabor et al. (2006)	Laterizi forati	840x870	100	1.557	1.938	1.869	-3.435	1.030	20.0	3.56
Sousa et al. (2011)	Calcestr.	800x800	350	0.439	0.596	0.616	-0.972	0.292	21.4	2.38
Parisi et al. (2013)	Tufo	1230x1230	310	0.210	0.260	0.255	-0.463	0.139	21.4	1.92
Gattesco & Boem (2015)	Laterizio	1160x1160	250	0.522	0.650	0.631	-1.152	0.346	20.9	2.92
	Laterizio	1160x1160	250	0.413	0.514	0.500	-0.911	0.274	21.1	2.72
<i>Media</i>									21.64	3.61

4.1 Il criterio di Drucker-Prager

Il criterio di resistenza di Drucker-Prager (Drucker e Prager, 1952) è particolarmente idoneo per descrivere la risposta di materiali a comportamento sostanzialmente elasto-fragile, dotati di attrito e coesione. Esso in origine nasce con l'intento di regolarizzare la superficie limite definita dal criterio di Mohr-Coulomb, apportandone vantaggi analitici e computazionali (Gambarotta et al., 2011).

Nella sua forma più generale, il criterio è rappresentato, nello spazio delle tensioni principali ($\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$), da un cono illimitato dal lato delle compressioni e limitato dal lato delle trazioni sull'asse idrostatico. Invece, nel piano delle tensioni principali (σ_I, σ_{II}), il criterio si esprime come:

$$2(\sigma_I^2 - \sigma_I \sigma_{II} + \sigma_{II}^2) = \left[c - \frac{\mu}{3}(\sigma_I + \sigma_{II}) \right]^2 \quad (8)$$

Nell'eq. (8) c e μ sono rispettivamente la coesione ed il coefficiente di attrito del materiale e possono determinarsi come segue:

$$c = \frac{\sigma_c(1 - \sin \varphi)}{2 \cos \varphi} \quad (9)$$

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left[\arcsin \left(\frac{m-1}{m+1} \right) \right] \quad (10)$$

essendo φ l'angolo di attrito interno della muratura ed $m = \sigma_c / \sigma_t$ il rapporto tra la resistenza monoassiale a compressione e quella a trazione della muratura.

Il dominio nel piano delle tensioni principali degenera in una ellisse (avente per asse di simmetria quello idrostatico) chiusa o aperta dal lato delle compressioni biassiali a seconda del valore assunto dal coefficiente m (si noti che per m unitario, ossia per $\mu=0$, il dominio coincide con quello del criterio di Von Mises) (Fig. 6).

La coesione ed il coefficiente di attrito sono, inoltre, correlati alle resistenze a trazione e a compressione dalle seguenti relazioni:

$$\sigma_t = \frac{3c}{3\sqrt{2} + \mu} \quad \sigma_c = \frac{3c}{3\sqrt{2} - \mu} \quad (11)$$

Altrettanto utile risulta la scrittura del criterio e la rappresentazione del suo dominio nel piano di Mohr (σ, τ). Dal punto di vista analitico esso assume una espressione simile a quella del criterio di Coulomb, ma espresso in termini di grandezze

medie. Pertanto, la tensione tangenziale media si determina come:

$$\tau_m = c - \mu \sigma_m \quad (12)$$

dove σ_m rappresenta la tensione normale media agente.

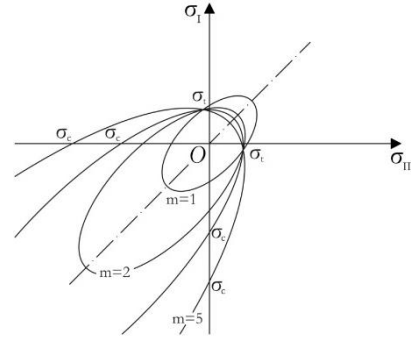


Figura 6. Dominio di Drucker-Prager nel piano delle tensioni principali

4.2 Il criterio di Drucker-Prager per l'interpretazione della prova di compressione diagonale

In questo paragrafo viene illustrata una rielaborazione del criterio di Drucker-Prager finalizzata alla determinazione della resistenza a taglio di pannelli murari sollecitati da una condizione di carico corrispondente a quella della prova di compressione diagonale.

Tale criterio appare, infatti, particolarmente idoneo allo scopo perché, oltre a contemplare la contemporanea presenza di tensioni normali e tangenziali, tiene conto anche del comportamento attritivo e coesivo del materiale.

Più nello specifico, il criterio è stato "modificato" trasformandolo in un criterio multi-superficie il cui dominio limite piano è definito da una spezzata: consiste in due rette aventi differenti inclinazioni (coefficiente di attrito) nel semi-quadrante delle compressioni ed in quello delle trazioni, e per ciascuna di esse è stata ricavata la corrispondente espressione analitica.

Le rette limite sono state ricavate nel modo seguente:

- costruzione del dominio limite di Drucker-Prager nel piano delle tensioni principali (eq. 8), con riferimento a risultati di prove sperimentali;
- rappresentazione del cerchio di Mohr (massimo) per un fissato numero di punti appartenenti alla frontiera del dominio (i.e. per gli 8 punti in Fig. 7);
- determinazione della curva intrinseca sul piano di Mohr: nel caso in esame è stata semplificata in

due rette (limite) che inviluppano i massimi cerchi di Mohr. Tali rette intercettano l'asse delle ordinate nel punto $(0, c')$, essendo c' una coesione fittizia da determinare.

Le equazioni delle rette limite, nella forma corrispondente alle equazioni (13 e 14) di seguito riportate, forniscono il valore della massima tensione tangenziale:

$$\tau = c' + \mu_c \sigma \quad (\text{compressione}) \quad (13)$$

$$\tau = c' + \mu_t \sigma \quad (\text{trazione}) \quad (14)$$

essendo μ_c il coefficiente angolare della retta relativa alla compressione e μ_t quello relativo alla trazione.

I tre valori incogniti (c , μ_c , μ_t) vengono determinati sfruttando le condizioni di tangenza dei massimi cerchi di Mohr alle rette limite.

Ad esempio, con riferimento alla retta relativa al semi-quadrante delle compressioni, indicato con σ_I e σ_{II} ($\sigma_I < \sigma_{II}$), l'intersezione di una prima circonferenza γ con l'asse ascisse e con σ_I^* e σ_{II}^* l'intersezione di una seconda circonferenza γ^* con il medesimo asse è stata sfruttata (sia per la circonferenza γ che per γ^*) la condizione secondo cui la distanza tra il centro del cerchio ed il punto di tangenza della retta con il cerchio sia pari al raggio dello stesso:

$$\left| -\mu_c \left(\frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} \right) + c' \right| \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_c^2}} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \quad (15)$$

$$\left| -\mu_c \left(\frac{\sigma_I^* + \sigma_{II}^*}{2} \right) + c' \right| \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_c^2}} = \frac{\sigma_I^* - \sigma_{II}^*}{2} \quad (16)$$

Dalle relazioni (15) e (16) si ottiene il valore di μ_c , ossia la pendenza della retta nel semi-piano delle compressioni, e il valore della coesione c' che valgono rispettivamente:

$$\mu_c = - \frac{[(\sigma_I^* - \sigma_{II}^*) + (\sigma_I - \sigma_{II})] \sqrt{(\sigma_I - \sigma_I^*)(\sigma_{II} - \sigma_{II}^*)}}{2(\sigma_I - \sigma_I^*)(\sigma_{II} - \sigma_{II}^*)} \quad (17)$$

$$c' = -\mu_c \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} - \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \sqrt{1 + \mu_c^2} \quad (18)$$

Per quanto riguarda la pendenza della retta limite dal lato delle trazioni è stato adottato un procedimento analogo, ma imponendo anche che la retta intercetti l'asse delle ordinate nel punto di coordinate $(0, c')$ e che essa sia tangente ad una

circonferenza γ^{**} appartenente al semi-piano delle trazioni:

$$\mu_t = - \frac{c'(\sigma_I^{**} + \sigma_{II}^{**}) + (\sigma_I^{**} - \sigma_{II}^{**}) \sqrt{c'^2 + \sigma_I^{**} \sigma_{II}^{**}}}{2\sigma_I^{**} \sigma_{II}^{**}} \quad (19)$$

La conoscenza di c' , μ_c , μ_t e delle tensioni agenti al centro del pannello consentono di definire in maniera completa la curva limite del criterio "modificato" di Drucker-Prager sul piano di Mohr (Fig. 8) e quindi la massima tensione tangenziale agente al centro del pannello murario.

E' interessante notare che le leggi che descrivono il criterio di resistenza sono funzione del valore assunto dal coefficiente m e dall'angolo di attrito (Gesualdo e Monaco, 2015), i quali dovranno essere riferiti a pannelli murari costituiti da filari di malta inclinati. Infatti, il coefficiente m dipende in maniera significativa dall'inclinazione della direzione del carico rispetto ai letti di malta (e non sempre risulta di semplice determinazione). Un utile suggerimento a riguardo è fornito in Hendry (1986) secondo cui, nel caso pannelli murari sollecitati in direzione diagonale, si può assumere $m = 20$. Per quanto attiene l'angolo di attrito (φ), invece, gli autori hanno assunto un valore dato dalla somma dell'angolo di attrito naturale della muratura e dell'angolo che definisce l'inclinazione dei letti di malta rispetto alla direzione di applicazione del carico (cioè 45° nella prova diagonale standard).

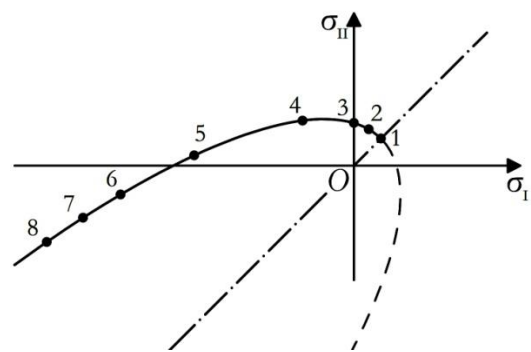


Figura 7. Dominio di Drucker-Prager ed rappresentazione dei punti appartenenti alla frontiera

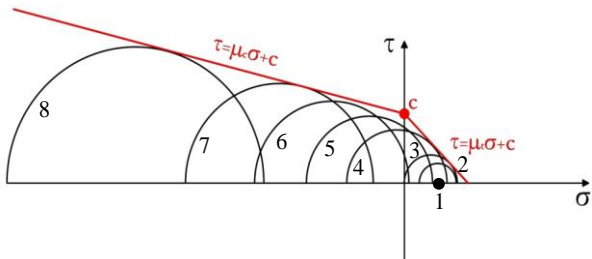


Figura 8. Rappresentazione delle rette limite (inviluppo dei cerchi massimi)

5 VALIDAZIONE DELLA MODIFICA PROPOSTA

La validità della modifica proposta al criterio di Drucker-Prager è stata comprovata anche confrontando i risultati teorici precedenti con quelli ottenuti da prove di laboratorio.

Più nel dettaglio, tale confronto è stato svolto utilizzando i risultati sperimentali presentati in Corradi et al., 2003 su provini quadrati in mattoni di laterizio, le cui principali caratteristiche sono riportate anche in Tab. 1.

In Fig. 9 è rappresentata il dominio limite di Drucker-Prager nel piano delle tensioni principali, tracciato utilizzando le caratteristiche geometriche e meccaniche dei provini considerati. Fissando il valore del coefficiente $m=20$, sono stati determinati il coefficiente di attrito (μ), tramite l'eq. (10), e la coesione (c), tramite l'eq. (9). La coesione è risultata pari a $c = 0.20$, mentre il coefficiente di attrito $\mu = 2.12$ a cui corrisponde un angolo di attrito pari a circa 65° . Si noti come il valore dell'angolo di attrito risulti pari a quello della muratura incrementato di un angolo corrispondente all'inclinazione dei giunti di malta (circa $45^\circ + \varphi$).

Nello stesso grafico, inoltre, sono anche riportati i punti sperimentali ottenuti direttamente dalle due prove, i quali si adagiano perfettamente sulla curva limite.

A valle di ciò, applicando le specifiche modifiche descritte par. 4, è stato rappresentato il dominio del criterio di Drucker-Prager nel piano di Mohr (Fig. 10).

Note le tensioni principali (Tab. 2) - e i relativi cerchi di Mohr massimi - è stato ricavato il valore della tensione tangenziale media al centro del pannello rispettivamente per la prova 1 e per la prova 2:

$$\tau_{DP} = c' + \mu_c \sigma = 0.09 - 0.59\sigma \quad \text{-- prova 1}$$

$$\tau_{DP} = c' + \mu_c \sigma = 0.09 - 0.37\sigma \quad \text{-- prova 2}$$

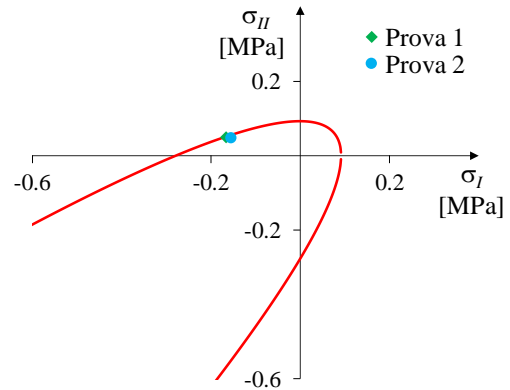


Figura 9. Dominio di Drucker-Prager e punti sperimentali relativi alle prove di Corradi et al. 2003

Il punto di tangenza tra le circonferenze di Mohr e la retta limite individua la massima tensione tangenziale (τ_{DP}) del criterio di Drucker-Prager con riferimento alla prova di compressione diagonale. In Tab. 2 è riportato il valore numerico di resistenza a taglio ricavato per la sola "prova 1". Nella stessa tabella sono anche riportati gli scarti percentuali della resistenza a taglio ottenuta dal criterio di Drucker-Prager rispetto a quelle ricavata dalla ASTM, dalla RILEM e dal modello numerico *FEM*. Si può osservare come il criterio di Drucker-Prager fornisca valori di resistenza a taglio paragonabili con quelli ottenuti dal modello *FEM* e dalla RILEM: ciò, in base a quanto già detto, conferma la sua validità nell'interpretazione dei risultati di prove sperimentali e la possibilità di un suo utilizzo come metodo alternativo a quelli già esistenti per stimare la resistenza a taglio.

E' interessante puntualizzare che, dal punto di vista operativo, si può ritenere che al centro del pannello non possa mai sussistere uno stato di trazione biassiale.

Tabella 2. Risultati relativi al criterio di Drucker-Prager

Autore	Num.	Muratura	BxH	t	P	$\sigma_{I,exp}$	$\sigma_{II,exp}$	τ_{DP}	$\Delta\tau$		
									ASTM vs DP	RILEM vs DP	FEM vs DP
			(mm)	(mm)	(kN)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(%)	(%)	(%)
Corradi et al.	1	Laterizio	1200x1200	480	58.8	-	0.050	0.099	38.5	2.94	10.0
(2003)	2	Laterizio	1200x1200	300	34.3	-	0.047	0.098	42.0	16.7	16.7
							0.115				

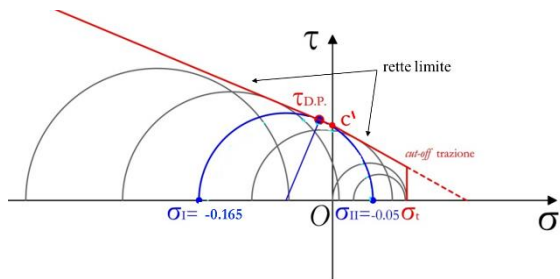


Figura 10. Dominio di Drucker-Prager per la prova 1 di Corradi et al., 2013.

Per tale motivo al dominio limite è stato aggiunto un *cut-off* verticale (nel quadrante delle trazioni) in corrispondenza del valore della massima resistenza a trazione mono-assiale σ_t (Fig. 10). Ciò enfatizza ulteriormente la sua caratteristica di criterio multi-superficie.

Sebbene, in questa prima fase di studio il confronto teorico-sperimentale sembra confortante sarà necessario, come sviluppo futuro, approfondire la validità di quanto proposto confrontando i risultati teorici del modello con un numero maggiore di risultati sperimentali.

6 CONCLUSIONI

In questa memoria è stata posta attenzione sul problema della stima della resistenza a taglio di pannelli murari sottoposti a prove di compressione diagonale.

Allo stato attuale l'interpretazione dei risultati di prove di compressione diagonale avviene principalmente tramite le norme ASTM E519M-15 e RILEM TC-76 LUM. Tali formulazioni, però, si basano su una differente ipotesi di stato tensionale che insorge al centro del pannello murario, conducendo, di conseguenza, a differenti stime di resistenza a taglio.

Pertanto, è stata condotta una analisi preliminare volta ad investigare, da un lato, le differenze numeriche che sussistono tra i due approcci normativi e dall'altro ad analizzare l'effettivo stato tensionale che insorge all'interno del pannello, confrontandoli con modelli numerici agli elementi finti. Dal confronto è emerso che per una corretta stima della resistenza a taglio non si può prescindere dalla presenza anche di tensioni normali: infatti, l'approccio ASTM, che contempla la sola presenza di tensioni tangenziali, conduce a delle sottostime di resistenza a taglio non trascurabili, nell'ordine del 20%.

A valle di ciò è stato proposto una "modifica" al criterio di resistenza di Drucker-Prager, considerando l'effettivo stato tensionale al centro

del pannello sottoposto a prove di compressione diagonale, finalizzata a ricavare la resistenza a taglio della muratura. Tale criterio appare particolarmente idoneo poiché considera, oltre ad uno stato tensionale completo nel pannello, anche la presenza dell'attrito e della coesione del materiale. Il criterio così modificato è rappresentato da un dominio di resistenza multi-superficie, che nel piano di Mohr è caratterizzato da due rette limite (una relativa al semi-piano delle compressioni ed una a quello delle trazioni) e da un cut-off in trazione.

Il criterio proposto è stato validato confrontando i risultati da esso ottenuti con i valori sperimentali ricavati da modelli in scala. Il confronto - sebbene eseguito al momento con riferimento ad un solo test sperimentale - mostra come la resistenza a taglio fornita dal criterio di Drucker-Prager è in buon accordo con quella ottenute dal modello numerici *FEM* e dalle indicazioni RILEM. Pertanto, se future analisi comparative e di approfondimento già in programma confermeranno lo stesso trend di risultati, esso potrà considerarsi un criterio alternativo alle attuali formulazioni normative.

BIBLIOGRAFIA

- ASTM E 519M-15. 2015. Standard Test Method for Diagonal Tension (Shear) in Masonry Assemblages. ASTM International, West Conshohocken, PA.
- Bergamasco, I., Gesualdo, A., Iannuzzo, A., Monaco, M. 2018. An integrated approach to the conservation of the roofing structures in the Pompeian domus, *Journal of Cultural Heritage*, 31, 141-151
- Calderoni, B., Prota, A., Cordasco, E., A., Sandoli, A. 2016. Seismic vulnerability of "ancient" masonry buildings and strengthening intervention strategies. *16th Int. Brick and Block Masonry Conference (IB²MAC)*. Padova.
- Calderini, C., Cattari, S., Lagomarsino, S. 2010. The use of the diagonal test to identify the shear mechanical parameters of masonry. *Constr. and Build. Materials*, 24, 677-685.
- Calderini, C., Degli Abbatì, S. 2016. Diagonal compression tests on stone masonry panels: experimental results and analytical interpretations. *Int. Journ. of Masonry Research and Innovation*, 1 (3), 223-239.
- Corradi, M., Borri, A., Vignoli, A. 2003. Experimental study on the determination of strength of masonry walls. *Constr. and Build. Materials*, 17, 325-337.
- Drucker, D., C., Prager, W. 1952. Soil mechanics and plastic analysis in limit design. *Quart. Appl. Math.* Vol. 10, n.2.
- Frocht, M., M. 1931. Recent advances in photoelasticity and an investigation of stress distribution in square blocks subjected to diagonal compression. *Transaction ASME, Applied Mechanics Division*, vol. 53 (15).
- Gabor, A., Ferrier, E., Jacquelin, E., Hamelin, P. 2006. Analysis and modeling of the in-plane shear behaviour of

- hollow brick masonry panels. *Constr. and Build. Materials*, **20**, 308-321.
- Gambarotta, L., Nunziante, L., Tralli, A. 2011. *Scienza delle Costruzioni. Hoepli*. Milano
- Gattesco, N., Boem, I. 2015. Experimental and analytical study to evaluate the effectiveness of an in-plane reinforcement for masonry walls using GFRP meshes. *Constr. and Build. Materials*, **88**, 94-104.
- Gesualdo, A., Calderoni, B., Sandoli, A., Monaco, M. 2019. Minimum energy approach for the in-plane shear resistance of masonry panels. *Ingegneria Sismica* **36** (1); 42-53, Patron Editore.
- Gesualdo, A., Monaco, M. 2015. Constitutive behaviour of quasi-brittle materials with anisotropic friction, *Latin American Journal of Solids and Structures*, **12**(4), 695-710.
- Hendry, A., W. 1986. *Statica delle strutture in muratura*. Patron editore.
- Incerti, A., Rinaldini, V., Mazzotti, C. 2016. The evaluation of masonry shear strength by means of different experimental techniques: a comparison between full-scale and laboratory test. *16th International Brick and Block Masonry Conference (IB²MAC)*, Padova, Italy.
- Lourenço, P., B. 2014. *Masonry Modeling*. Encyclopedia of Earthquake Engineering *Springer-Verlag*, Berlin Heidelberg.
- Monaco, M., Calderoni, B., Iannuzzo, A., Gesualdo, A. 2018. Behaviour of in-plane loaded masonry panels, *Procedia Structural Integrity*, **11**, 388-393.
- Parisi, F., Iovinella, I., Balsamo, A., Augenti, N., Prota, A. 2013. In-plane behaviour of tuff masonry strengthened with organic matrix-grid composites. *Composites Part B: Engineering* **45**; 1657-1666.
- RILEM TC., 76-LUM. 1994. Diagonal tensile strength tests of small wall specimens. In RILEM, Recommendations for the testing and use of construction material. London; E & FN SPON, 488-489.
- Sandoli, A., Calderoni, B. 2018. Assessment of the seismic vulnerability at territorial scale: a new structural-typological classification of existing buildings and definition of fragility curves. *10th International Masonry Conference (IMC)*. 9-11 Luglio, Milano.
- Sousa, R., M., Sousa, H., Guedes, J., M. 2014. Diagonal compressive strength of masonry panels – Experimental and numerical approach. *Materials and Structures*
- Tomazevic, M. 1999. Earthquake-resistant design of masonry buildings. Series on Innovation in Structures and Construction – vol.1. *Imperial College Press*.
- Turnsek, V., Cacovic, F. 1971. Some experimental results on the strength of brick masonry walls. *2nd Int. Brick and Block Masonry Conference (IB²MAC)*. Stoke-on-tent, 149-156.