



Lattice Discrete Particle Model (LDPM) per la caratterizzazione del comportamento a taglio delle murature storiche di pietrame irregolare

Michele Angiolilli^a, Amedeo Gregori^a, Gianluca Cusatis^b

^a Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Architettura, Università dell'Aquila, Via Giovanni Gronchi, 67100 L'Aquila, Italy

^b Department of Civil and Environmental Engineering, Northwestern University, 60208-3109, Evanston, USA

Keywords: Patrimonio culturale, compressione diagonale; resistenza tangenziale, modello particellare discreto.

ABSTRACT

Le strutture murarie storiche di pietrame irregolare costituiscono una parte significativa del patrimonio culturale mondiale. A causa della loro elevata vulnerabilità sismica, la comunità scientifica sta ponendo un crescente interesse nello studio del comportamento meccanico di tali strutture. Tuttavia, una corretta valutazione del loro comportamento al taglio è molto difficile da perseguire attraverso campagne sperimentali. Questo perché sia l'eterogeneità che la fragilità delle murature storiche di pietrame determinano una grande dispersione dei dati sperimentali, che sarebbe difficile da riprodurre attraverso simulazioni numeriche basate sulla meccanica del continuo (approccio FEM). Per questo motivo, nel presente lavoro viene proposto un nuovo approccio analitico multi-fisico, denominato Lattice Discrete Particle Model (LDPM), che consente di modellare la risposta meccanica di materiali eterogenei e granulari caratterizzati da un comportamento quasi-fragile. LDPM consente, inoltre, di rappresentare le unità di pietra di un paramento murario come particelle irregolari interagenti tra loro e collocate caoticamente nel volume attraverso una assegnata legge di distribuzione granulometrica. In questo lavoro, LDPM è stato utilizzato per simulare la prova di compressione diagonale, in due diverse configurazioni comunemente adottate nella pratica sperimentale. I risultati mostrano come LDPM risulti sensibile ad aspetti ritenuti di dettaglio che influenzano la propagazione della frattura nei pannelli murari e, quindi, la loro risposta meccanica attesa.

1 INTRODUZIONE

Una parte significativa del patrimonio culturale diffuso in tutto il mondo è costituita da strutture murarie formate da elementi di pietrame irregolare incorporati in una matrice di malta di scarsa qualità. Come osservato anche nei più recenti terremoti, questo tipo di costruzione presenta un'elevata vulnerabilità alle azioni sismiche. Per tale motivo, l'interesse scientifico per gli edifici in pietra caotica è notevolmente aumentato negli ultimi anni e numerose campagne sperimentali iniziano ad essere documentate in letteratura (Corradi et al. 2002, Corradi et al. 2003, Silva et al. 2014, Borri et al. 2015). Tuttavia, la fragilità, l'elevata eterogeneità e la grande variabilità delle proprietà meccaniche dei materiali determinano una sostanziale dispersione dei risultati sperimentali. Inoltre, si possono avere problemi significativi nell'esecuzione di una indagine sperimentale sia

in laboratorio che in situ. In particolare, quando i test sperimentali sono eseguiti in laboratorio, vengono introdotte alcune incertezze riguardanti la rappresentatività della reale tessitura muraria dei provini. D'altra parte, i test sperimentali effettuati in situ, oltre ad essere più complessi e costosi da eseguire, sono piuttosto invasivi e, quindi, consentono una limitata investigazione.

Per questi motivi è necessario individuare un modello numerico che riesca a rappresentare l'eterogeneità dei materiali e che risulti, quindi, affidabile per la previsione del comportamento meccanico delle murature di pietrame.

Il presente lavoro mira a convalidare il modello computazionale *Lattice Discrete Particle Model* (LDPM) con cui è possibile simulare il comportamento meccanico di materiali eterogenei quasi-fragili. Precedentemente formulato, calibrato e validato per il materiale calcestruzzo, nel presente studio si illustrano le potenzialità di tale modello nella simulazione del comportamento delle murature di pietrame caotico. Una volta calibrato su dati sperimentali,

LDPM può essere utilizzato per affiancare i test sperimentali per meglio comprendere il comportamento meccanico delle murature di pietrame e fornire suggerimenti importanti sulle indicazioni da adottare nei test sperimentali. Nello specifico, LDPM è stato utilizzato per la simulazione della prova di compressione diagonale, nelle due diverse configurazioni con cui essa viene comunemente eseguita, allo scopo di indagare l'influenza delle condizioni di vincolo rispetto alla propagazione della frattura nei pannelli murari e, quindi, sulla risposta meccanica attesa.

2 CENNI SULLA MODELLAZIONE NUMERICA DELLE MURATURE

Diversi approcci numerici sono disponibili in letteratura per la simulazione delle murature, presentando chiari vantaggi e limiti relativi alla loro rappresentatività, efficienza del computer, disponibilità dei dati e applicabilità (Roca et al. 2010). Tra questi, il metodo degli Elementi Finiti (FEM) è uno degli approcci più utilizzati per la simulazione del comportamento meccanico delle strutture in muratura e può essere differenziato in macro-modellazione (Lourenco et al. 1998) o micro-modellazione (Lourenco 1996) in base al livello di dettaglio adottato per rappresentare l'eterogeneità del materiale. Tra i due metodi, la micro-modellazione consente di ottenere una risposta meccanica della muratura più accurata in quanto le unità, la malta e l'interfaccia unità-malta sono rappresentate rispettivamente da elementi continui e/o discontinui.

Tuttavia, l'approccio FEM, strettamente basato sulla meccanica del continuo, presenta limiti significativi nel simulare forti discontinuità tra diversi blocchi, come nel caso di murature in pietra irregolare. Inoltre, i modelli continui, che omogeneizzano il comportamento del materiale, sono intrinsecamente incapaci di catturare sia la propagazione della frattura che l'evoluzione del danno di materiali quasi-fragili. Per questo motivo, risultano spesso inadeguati a prevedere con precisione il complesso comportamento meccanico delle murature in pietrame.

Inoltre, è stato ampiamente riconosciuto che molti fenomeni macroscopici sono il risultato di aspetti meccanici a livello microstrutturale. La dimensione, la forma, la distribuzione spaziale e le proprietà dei costituenti che compongono la microstruttura hanno tutti un impatto significativo sul comportamento del materiale osservato in macro-scala. Per questo motivo, in alcune recenti

ricerche è stato introdotto l'uso del metodo agli Elementi Discreti (DEM) per modellare l'eterogeneità delle murature attraverso un assemblaggio di blocchi distinti, interagenti sulle loro estremità, che costituiscono il materiale (Lemos 2007, Pulatsu et al. 2016, Toth et al. 2009). All'interno delle modellazioni discrete, si inserisce il Lattice Discrete Particle Model (LDPM) (Cusatis 2011a,b) che è basato sui modelli multi-scala, che è stato sviluppato per la simulazione di materiali eterogenei aventi comportamenti quasi-fragili come il calcestruzzo.

3 DESCRIZIONE DI LDPM

LDPM simula il comportamento meccanico di materiali eterogenei quasi-fragili. Esso è formulato nel framework dei modelli discreti per i quali il campo di spostamento non è continuo, ma definito in un numero finito di punti che rappresentano il centro delle particelle. LDPM utilizza l'ambiente di calcolo MARS (Pelessone 2006) includendo capacità di contatto a lungo raggio tipica della formulazione classica dei modelli discreti. Questa caratteristica è particolarmente importante per simulare i fenomeni di rottura e fessurazioni dei materiali.

LDPM è stato precedentemente formulato, calibrato e validato per il materiale calcestruzzo (Cusatis et al. 2011b), per il quale simula il materiale alla meso-scala, considerata la scala di lunghezza di pezzi di aggregati grossolani (circa $8 \div 20$ mm). In particolare, a differenza dei modelli alla mini-scala, che descrivono il materiale come tri-fasico (pasta di cemento, aggregato e zona interfacciale), i modelli alla meso-scala sono caratterizzati da materiali bi-fase (malta e aggregati grossolani). In dettaglio, i modelli alla mini-scala portano a grandi sistemi computazionali caratterizzati da diverse migliaia di gradi di libertà anche per la simulazione di piccoli esemplari. I modelli alla meso-scala consentono, invece, di ridurre notevolmente la dimensione del problema numerico rimanendo comunque in grado di catturare gli aspetti fondamentali dell'eterogeneità del materiale.

Con diverse scale di osservazione, è possibile associare una forte somiglianza tra la rappresentazione particellare definita in LDPM per il materiale calcestruzzo con quella delle murature di pietrame caotiche, in cui le dimensioni delle particelle sono maggiori (circa $50 \div 250$ mm). Inoltre, l'ipotesi alla base di LDPM,

in cui si considerano le particelle come dei corpi rigidi indeformabili, può essere considerata accettabile e ininfluenza sulla qualità dei risultati ottenuti, anche per le murature di pietrame. Tale considerazione trova fondamento nel fatto che le principali modalità di rottura di una muratura di pietrame avvengono per lo slittamento delle pietre sulla matrice di malta o per schiacciamento della sola malta (Lourenco et al.1997).

3.1 Caratterizzazione geometrica

Come descritto accuratamente in (Cusatis et al. 2011a), la procedura di definizione della meso-struttura si basa sul numero, dimensione e posizione delle particelle, oltre che sulle loro interconnessioni.

Innanzitutto, in LDPM è necessario definire i parametri del mix-design utilizzati per la costruzione del paramento murario quali: le dimensioni dell'aggregato minimo e massimo (d_o e d_a); il contenuto di cemento (c); il rapporto acqua-cemento (w/c).

Definiti tali parametri, LDPM genera caoticamente delle particelle all'interno del volume rappresentativo del campione d'analizzare. In particolare, questa generazione di particelle segue opportune leggi di distribuzione granulometrica definite dall'utente (uniforme, di Gauss, di Fuller o di Weibull) e si sviluppa posizionando le particelle secondo questo ordine: vertici, bordi, facce superficiali e volume interno. Le particelle sono, in questa prima fase, ipotizzate di forma sferica per una maggiore facilità di collocazione nel volume (Figura 1). Inoltre, per generare una meso-struttura casuale statisticamente isotropa, le particelle sono posizionate una alla volta nel volume, iniziando dalla dimensione maggiore fino a quella più piccola (Bažant et. al 1990).

A questo punto, la procedura di tetraedralizzazione di Delaunay (Barber et al. 1996) dei centri delle particelle crea un sistema di celle interagenti tra loro attraverso le faccette triangolari, che rappresenteranno il piano di contatto tra due celle (Figura 2).

Quindi, una tassellatura di dominio tridimensionale di tali faccette triangolari genera un insieme di celle poliedriche, ciascuna includente una particella sferica, che costituiscono il sistema reticolare (Figura 3).

Infine, l'interazione meccanica tra le celle poliedriche, caratterizzata da tensioni normali e di taglio, avviene tra le faccette triangolari in comune tra due celle (Figura 4).

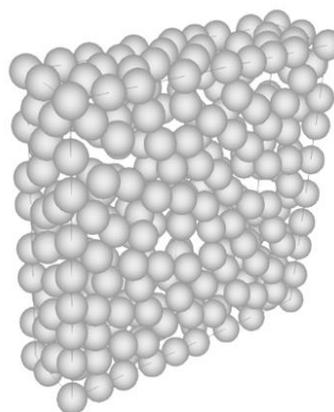


Figura 1. Riempiimento di un volume con particelle sferiche posizionate caoticamente al suo interno.

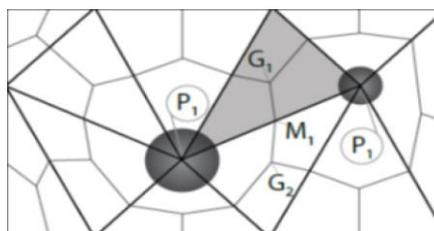


Figura 2. Procedura di tetraedralizzazione di Delaunay che avviene tra i centri delle particelle sferiche.

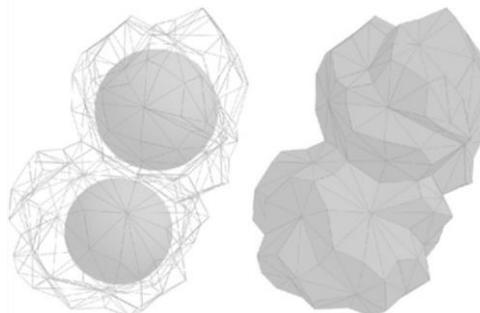


Figura 3. Particelle sferiche avvolte da celle poliedriche irregolari generate dalla procedura di tassellatura, di dominio tridimensionale, delle faccette triangolari.

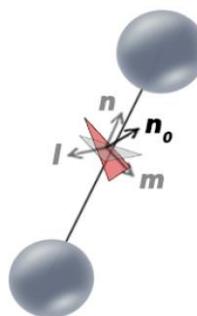


Figura 4. Faccetta triangolare in comune tra due particelle e rappresentativa della zona di localizzazione del danno.

3.2 Caratterizzazione meccanica

LDPM descrive la deformazione della meso-struttura attraverso l'adozione della cinematica del corpo rigido per ogni singola particella. Sulla base di questa ipotesi, lo spostamento relativo $[[u_c]]$ del centroide di ogni faccetta può essere usato per definire il campo di deformazione:

$$\varepsilon_N = \frac{n^T [[u_c]]}{\ell}; \varepsilon_M = \frac{m^T [[u_c]]}{\ell}; \varepsilon_L = \frac{l^T [[u_c]]}{\ell} \quad (1)$$

dove ℓ è la lunghezza del puntone che collega due centri di particelle adiacenti, mentre m , n ed l sono i vettori unitari che definiscono un sistema di riferimento locale tale che, dato n ortogonale alla faccetta, allora m ed l sono ortogonali tra loro ed entrambi disposti in direzione tangenziale alla faccetta.

Il comportamento elastico è formulato assumendo che le tensioni normali e di taglio siano proporzionali alle corrispondenti deformazioni:

$$\sigma_N = E_N \varepsilon_N; \sigma_M = E_T \varepsilon_M; \sigma_L = E_T \varepsilon_L \quad (2)$$

dove $\varepsilon_N = \varepsilon_0$, $\varepsilon_T = \alpha \varepsilon_0$, E_0 e α sono rispettivamente il modulo normale effettivo e il parametro di accoppiamento normale al taglio. Si specifica che, in LDPM, E_0 e α sono diversi dal modulo di Young E e il rapporto di Poisson ν . Infatti, questi ultimi due parametri sono rappresentativi delle proprietà macroscopiche dei materiali aventi un comportamento elastico, omogeneo e isotropo. Dato che il modello presentato, invece, è di tipo particellare alla meso-scala, si può definire una relazione tra E ed E_0 e tra α e ν tramite la seguente formulazione:

$$E_0 = 1 / [(1 - 2\nu)E]; \alpha = (1 - 4\nu) / (1 + \nu) \quad (3)$$

I modelli costitutivi implementati in LDPM possono rappresentare diversi meccanismi fisici che caratterizzano il comportamento di rottura alla meso-scala. Per lo studio delle murature storiche di pietra si è scelto di considerarne due tipologie: 1) il comportamento fessurativo e coesivo nello stato di tensione/ taglio; 2) il comportamento attritivo.

Nella prima tipologia di rottura considerata, il comportamento fessurativo è formulato, per carichi di tensione $\varepsilon_N > 0$, attraverso la deformazione effettiva ε e la tensione σ date dalle formulazioni (4) e (5):

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_N^2 + \alpha(\varepsilon_M^2 + \varepsilon_L^2)} \quad (4)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_N^2 + (\sigma_M^2 + \sigma_L^2) / \alpha} \quad (5)$$

dove la tensione normale è $\sigma_N > \varepsilon_N (\sigma/\varepsilon)$ e la tensione di taglio sono $\sigma_M = \varepsilon_M \alpha (\sigma/\varepsilon)$ e $\sigma_L = \varepsilon_L \alpha (\sigma/\varepsilon)$. Inoltre, Si assume che la tensione efficace σ sia elasticamente incrementale, ed è formulato in modo tale da soddisfare la disuguaglianza $0 \leq \sigma \leq \sigma_{bt}$, dove σ_{bt} è la tensione limite superiore di un modello di carico-scarico definito dalla (6):

$$\sigma_{bt} = \sigma_0 \exp[-H_0(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_0) / \sigma_0] \quad (6)$$

in cui la massima deformazione effettiva ε_0 , il modulo di rammollimento post-picco H_0 e la funzione limite di forza per la tensione efficace σ_0 dipendono dalla variabile di accoppiamento ω (la cui formulazione è definita in Cusatis 2011). Questo ultimo parametro rappresenta il grado di interazione tra il carico normale e di taglio ed è definito come:

$$\tan \omega = \varepsilon_N / (\sqrt{\alpha} \varepsilon_T) \quad (7)$$

Inoltre, il parametro H_0 è anche linearmente dipendente dal modulo di softening di pura tensione espresso come $H_t = 2E_0 / (l_t/l - 1)$, dove $l_t = 2E_0 G_t / \sigma_t$, G_t è l'energia di frattura alla meso-scala ed l è la lunghezza del bordo del tetraedro associato alla rispettiva faccetta.

Nella seconda tipologia di frattura considerata in LDPM, il comportamento attritivo determina un aumento della resistenza al taglio a causa della presenza di sforzi di compressione. Tali fenomeni di attrito possono essere simulati efficacemente attraverso (Drucker e Prager 1952). Le sollecitazioni di taglio incrementali sono calcolate come:

$$\partial \sigma_M = E_T (\partial \varepsilon_M - \partial \varepsilon_M^p); \partial \sigma_L = E_T (\partial \varepsilon_L - \partial \varepsilon_L^p) \quad (8)$$

dove $\partial \varepsilon_M = \lambda \partial \varphi / \partial \sigma_L$ mentre il parametro φ è il moltiplicatore plastico definito dalla (9), con condizioni di carico-scarico caratterizzate da $\varphi \lambda \leq 0$ e $\lambda \geq 0$.

$$\varphi = \sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_L^2} - \sigma_{bs(\sigma_N)} \quad (9)$$

$$\sigma_{bs} = \sigma_s + (\mu_0 - \mu_\infty) \sigma_{N0} - [1 - \exp(\sigma_N / \sigma_{N0})] - \mu_\infty \sigma_N \quad (10)$$

dove σ_{N0} , μ_0 e μ_∞ sono rispettivamente la tensione normale transitoria e i coefficienti di attrito interno iniziale e finale.

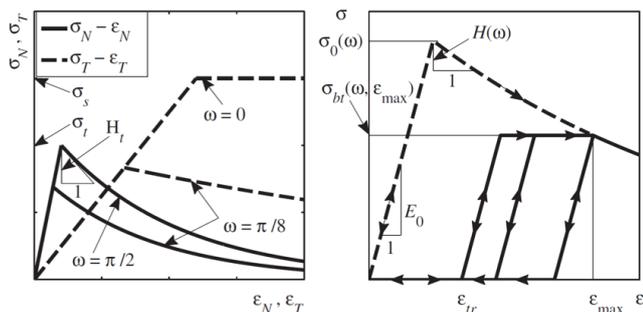


Figura 5. Curve tensione-deformazione per le sfaccettature (sinistra); Modello ciclico carico-scarico (destra).

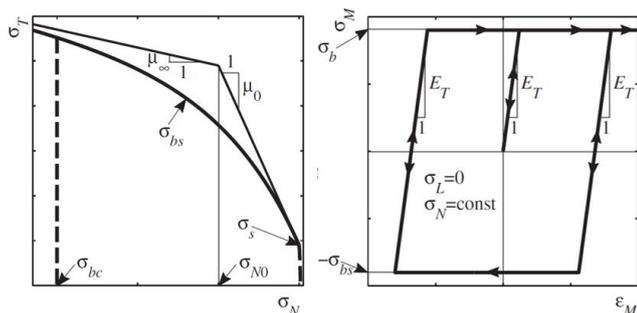


Figura 6. Comportamento attritivo funzione del taglio e delle tensioni normali (sinistra); Relazione tra resistenza a taglio e relativa deformazione (destra).

3.3 Parametri utilizzati in LPDM

Per la definizione del mix design utilizzato per la realizzazione dei pannelli murari, si fa riferimento a valori del rapporto pietre-malta a/c e quello acqua-malta w/c pari a 3.4 e 0.5 rispettivamente. Inoltre, imponendo una densità totale $\rho_m = 1800 \text{ kg/m}^3$ (secondo Circolare NTC 2009) è possibile stimare il contenuto di malta c pari a 367.35 kg/m^3 usando l'equazione:

$$\rho_m = c \cdot [1 + w/c + a/c] \quad (11)$$

Al fine di calibrare i parametri di input per LPDM, sono state prese in considerazione delle prove sperimentali presenti in (Borri et al. 2011a, Borri et al. 2011b, Calderini et al. 2010, Corradi et al. 2003) eseguite su pannelli di muratura non rinforzati costituiti da pietre irregolari e malta povera. In particolare, la calibrazione dei parametri in LPDM è avvenuta attraverso un'analisi di sensitività svolta con l'obiettivo di ottenere, contemporaneamente, una tensione tangenziale di riferimento τ_0 del pannello nel range $0.1 \div 0.15 \text{ MPa}$ (attraverso la simulazione della prova di compressione diagonale) e una tensione di compressione f_m nel range $0.8 \div 1.2 \text{ MPa}$ (simulando la prova di compressione verticale).

La Tabella 1 mostra i valori assunti per i parametri come risultato della procedura di calibrazione sopra descritta. In particolare, il modulo elastico normale effettivo E_0 , e il parametro di accoppiamento normale al taglio α governano la risposta LDPM nel regime elastico; la resistenza a trazione σ_t e l'energia di frattura di trazione G_t , governano il comportamento di rottura a trazione di softening tra le faccette LDPM; η_t governa l'interazione tra il comportamento di taglio e trazione durante il softening sulle faccette; la tensione di puro taglio delle faccette σ_s influenza principalmente il comportamento macroscopico in compressione; la tensione limite di compressione σ_{c0} , il modulo di indurimento iniziale H_{c0} e il rapporto di deformazione transitoria k_{c0} definiscono il comportamento della componente normale della faccetta sotto compressione e influenzano il comportamento macroscopico in compressione; il coefficiente di attrito interno iniziale μ_0 , il coefficiente di attrito interno asintotico μ_∞ e la tensione transitoria σ_{N0} contribuiscono alla risposta in compressione senza avere alcun effetto sul comportamento di trazione.

Tabella 1. Valori dei parametri meccanici assunti in LDPM per la simulazione della muratura di pietrame.

E_0	1120 MPa	σ_{c0}	125 MPa
α	0.065	H_{c0}	0.4
σ_t	0.3 MPa	k_{c0}	1.75
G_t	13 MPa	μ_0	0.2
η_t	0.1	μ_∞	0
σ_s/σ_n	1.35	σ_{N0}	42 MPa

4 SIMULAZIONE DELLA PROVA DI COMPRESSIONE DIAGONALE IN LDPM

4.1 Problematiche inerenti alla prova

Nonostante il forte interesse sviluppato nell'ultimo decennio nello studio della caratterizzazione meccanica delle murature storiche, la valutazione della loro resistenza al taglio è, ancora oggi, un compito impegnativo da affrontare. Questo è dovuto alla forte anisotropia e al comportamento quasi-fragile delle murature storiche, che determinano forti variazioni nei meccanismi di rottura e, quindi, nella risposta meccanica dei pannelli. Pertanto, una definizione univoca di parametri meccanici attraverso formule predittive non è ancora disponibile.

La maggior parte dei codici e Linee Guida, (Eurocodice 6, NTC 2018, MIT 2019) suggeriscono di usare il criterio di rottura di

Mohr-Coulomb per la caratterizzazione meccanica dei pannelli murari.

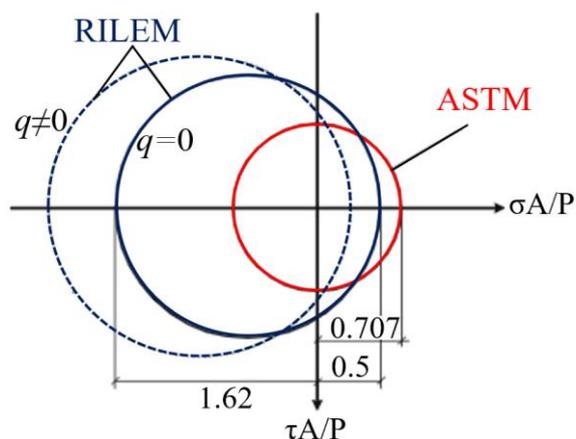


Figura 7. Rappresentazione con i cerchi di Mohr del test di compressione diagonale.

Sulla base di tale criterio, diverse sono le metodologie proposte in letteratura (Frocht 1931, Turnsek e Cacovic 1971). Tuttavia, l'applicazione di questi metodi può portare a diverse valutazioni delle proprietà meccaniche delle murature, come mostrato in Figura 7. In essa si può osservare come anche il livello di forza assiale influenzi le modalità di rottura.

La prova di compressione diagonale è ampiamente usata per la determinazione delle proprietà meccaniche delle murature. Due normative internazionali di riferimento per questo tipo di prova sono la ASTM E 519-07 (ASTM 2007) e la RILEM TC 76-LUM (RILEM 1994).

La prova di compressione diagonale secondo (ASTM 2007) viene interpretata assumendo che nel baricentro del pannello si produce uno stato tensionale di puro taglio. In questo caso, la circonferenza di Mohr è, quindi, centrata nell'origine del sistema di riferimento (σ, τ) con tensione tangenziale τ pari, in valore assoluto, alle tensioni principali di trazione σ_t e di compressione σ_c . La condizione di crisi corrisponde, quindi, al raggiungimento di una tensione di trazione σ_t pari alla resistenza della muratura f_t . La validità di tale interpretazione è limitata dal fatto che la reale distribuzione di tensioni tangenziali lungo la diagonale è tutt'altro che uniforme. Infatti, lungo la diagonale opposta a quella di applicazione del carico non si genera uno sforzo di trazione uguale a quello di compressione. (Parisi et al. 2011).

La norma (RILEM 1994), invece, si basa sulla soluzione ottenuta da (Frocht 1931) per una lastra in materiale elastico omogeneo ed isotropo sollecitata nel proprio piano da un carico di compressione diagonale. In tale caso si rimuove

l'ipotesi di tensione tangenziale uniforme e la circonferenza di Mohr non è più centrata nell'origine del sistema di riferimento (σ, τ) . Come dimostrato in (Brignola et al. 2009) la distribuzione reale delle tensioni nei pannelli murari durante la prova di compressione diagonale è simile a quella stimata con il metodo (Frocht 1931). Per tale motivo, le successive simulazioni numeriche svolte in LDPM sono condotte in accordo alla (RILEM 1994).

Oltre alle problematiche di tipo interpretativo della prova di compressione diagonale, la corretta valutazione della resistenza al taglio delle murature può essere influenzata anche da aspetti che, sono ritenuti di dettaglio, possono influenzare la propagazione della frattura nei pannelli murari e, quindi, la loro risposta meccanica.

In dettaglio, in Figura 8 sono rappresentate le due diverse configurazioni "S1" e "S2" usualmente utilizzate per la definizione delle caratteristiche meccaniche dei pannelli murari, soprattutto quando testati in laboratorio.

A causa della elevata fragilità dei campioni murari è sempre opportuno ridurre il rischio di danneggiare i pannelli murari ancor prima di testarli nella prova sperimentale. Per questo motivo, è difficile eseguire la prova sperimentale nella configurazione ideale S1 (su cui sono basati i modelli teorici), secondo cui il pannello andrebbe posizionato con l'asse diagonale posto nella direzione verticale lungo cui avviene lo schiacciamento (vedi Magenes et al. 2010, Milosevic et al. 2012, Milosevic et al. 2013). Nella pratica, si può riscontrare che i campioni vengono, invece, mantenuti in una configurazione orizzontale S2, appoggiando la base del pannello su un basamento e applicando, quindi, il carico lungo una direzione inclinata di 45° (vedi Dizhur e Ingham 2013, Gattesco et al. 2015, Mahmood e Ingham 2011). Tuttavia, questo può determinare un'influenza sulla risposta meccanica dei pannelli e, quindi, potrebbe alterare le valutazioni in merito alle loro prestazioni.

Si fa notare, comunque, come lo schema S2 si avvicini alla configurazione tipica utilizzata nella prova svolta anche in situ, in cui il pannello testato è isolato dal resto della parete muraria solo su tre lati (vedi Borri et al. 2011b, Corradi et al. 2002, Corradi et al. 2003, Corradi et al. 2008) e presentando, quindi, dei vincoli di incastro alla base anziché di semplice appoggio.

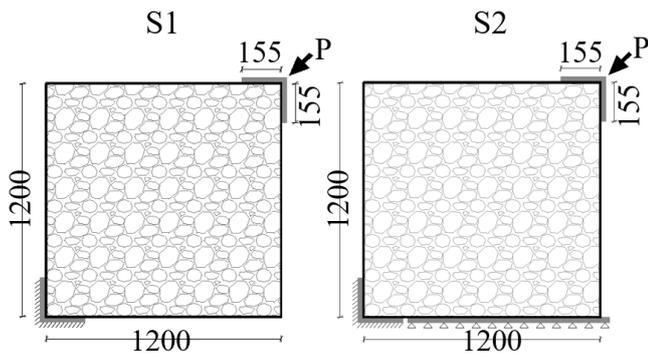


Figura 8. Due differenti configurazioni di prova (S1 e S2) adottati per la caratterizzazione a taglio delle murature.

4.2 Criteri di modellizzazione

Con l'obiettivo di determinare l'influenza sulla risposta meccanica dei pannelli murari in funzione delle due diverse configurazioni (S1 e S2), sono state eseguite delle analisi numeriche attraverso l'utilizzo di LDPM.

Per ciascuna delle due configurazioni di prova (S1 e S2), sono state simulate 9 prove di compressione diagonale, utilizzando 9 differenti arrangiamenti delle pietre all'interno del volume dei pannelli murari. In particolare, tale distribuzione è stata generata rispettando, comunque, la stessa legge di distribuzione granulometrica (i cui parametri geometrici sono definiti in 3.3).

Sia le piastre (a forma di "L") posizionate negli angoli dei campioni murari che il basamento orizzontale (considerato solo nella configurazione S2) sono stati modellati come elementi tetraedrici bidimensionali.

Per simulare la condizione di alto livello di attrito riscontrabile nei casi sperimentali, tra le facce delle piastre d'angolo e i nodi delle particelle dei campioni murari è stata assegnata un'interfaccia superficiale con valori di attrito cinematico $f_k = 0.5$ e statico $f_s = 0.5$. Tra le facce del basamento orizzontale e i nodi delle particelle dei campioni murari sono state, invece, definite delle interfacce con ipotesi di basso attrito ($f_k = 0.05$ e $f_s = 0.05$).

Infine, le rotazioni di tutti i nodi delle particelle a contatto con le piastre d'angolo vengono bloccate lungo entrambe le direzioni parallele agli orientamenti delle piastre.

4.3 Risultati numerici

Le bande colorate di Figura 9 rappresentano i fusi all'interno dei quali sono ricaduti i risultati (espressi in termini di $\gamma - \tau$) delle nove

simulazioni condotte, per entrambe le configurazioni S1 e S2, utilizzando differenti arrangiamenti granulometrici. Dal grafico è possibile osservare l'influenza della scelta tra le due diverse configurazioni sulla risposta meccanica dei pannelli. In particolare, si può osservare come non risultino differenze sostanziali in termini di massima tensione tangenziale τ_0 . Invece, è possibile osservare un decremento della rigidità dei pannelli murari, di circa il 23%, utilizzando la configurazione S2 rispetto alla S1. In particolare, definendo il modulo di taglio secante G come la misura la pendenza della curva $\gamma - \tau$ in corrispondenza della secante passante per il 30% del valore della resistenza massima τ_0 , si determinano dei valori medi $G_{S1} = 68$ MPa contro $G_{S2} = 52$ MPa. Questo è dovuto al fatto che, a parità di spostamento applicato, le deformazioni ε_h della configurazione S2 sono risultate leggermente maggiori rispetto a quelle misurate per S1.

Inoltre, analizzando le due risposte meccaniche di Figura 9, nel tratto successivo al raggiungimento del primo picco di massima tensione tangenziale, che si verifica per un valore di deformazione $\gamma \approx 0.002$, si osserva come la configurazione S2 determini un maggior mantenimento del carico, per grandi valori di deformazione γ , rispetto a quello che avviene con la configurazione S1. Ad esempio, l'80% del valore della tensione tangenziale massima τ_0 si raggiunge in corrispondenza di un valore medio di deformazione $\gamma \approx 0.02$ con lo schema S1 e per $\gamma \approx 0.04$ con lo schema S2. Questo è dovuto al fatto che, con la configurazione S1, il processo di rottura dei pannelli avviene esclusivamente lungo la loro diagonale principale. Quindi, al raggiungimento di tali rotture, si verificano dei fenomeni di instabilità che portano ad un collasso quasi istantaneo dei provini murari. Per contro, adottando lo schema S2, a causa del maggior confinamento dovuto ai vincoli di appoggio posizionati in basso, una volta che i pannelli murari arrivano a fessurarsi lungo la loro diagonale principale, le porzioni dei pannelli posizionati negli angoli in alto tendono a scivolare lungo tali diagonali e, per effetto dell'ingranamento con le pietre sottostanti, si determina un maggior mantenimento del carico a parità di deformazione imposta. Tale risultato dimostra come l'adozione di una delle due configurazioni possa condurre a una diversa stima

dei valori di duttilità, dipendenti dalle condizioni al contorno associate al sistema di prova adottato. Inoltre, dopo il raggiungimento del picco massimo di resistenza tangenziale, è possibile osservare anche un aumento della dispersione delle curve $\gamma - \tau$ per lo schema S2 rispetto a S1.

In Figura 10 sono rappresentate le modalità di rottura conseguite dai pannelli murari a seguito della simulazione numerica della prova di compressione diagonale, per le configurazioni S1 e S2. In particolare, in Figura 10 è stato rappresentato il quadro fessurativo (in termini di apertura delle lesioni – “*crack opening*”) per quattro dei nove provini testati (caratterizzati da diverse distribuzioni granulometriche).

Dall’osservazione della propagazione della frattura raggiunta nei pannelli murari, con la configurazione S1 si evince come, in questo caso, le lesioni si sviluppino soltanto per meccanismi di trazione lungo la diagonale principale dei pannelli murari. Invece, con le configurazioni S2 si generano delle rotture che, oltre a svilupparsi lungo la diagonale principale per i meccanismi di trazione, si sviluppano, anche, per meccanismi flessionali. È infatti possibile osservare l’innescò di ulteriori fessurazioni sulla parte laterale dei provini murari per via della condizione di vincolo imposta alla base. Le modalità di rottura ottenute con LDPM, osservate in Figura 10, trovano riscontro con quelle ottenute sperimentalmente (Figura 11 e Figura 12).

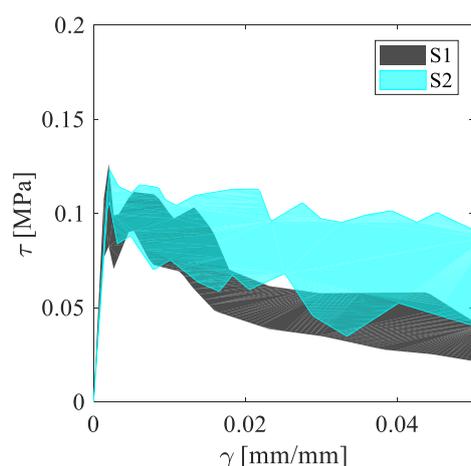


Figura 9. Confronto delle risposte meccaniche ottenute in LDPM, espresse in termini di deformazione – tensione ($\gamma - \tau$), con l’adozione degli schemi di prova S1 e S2.

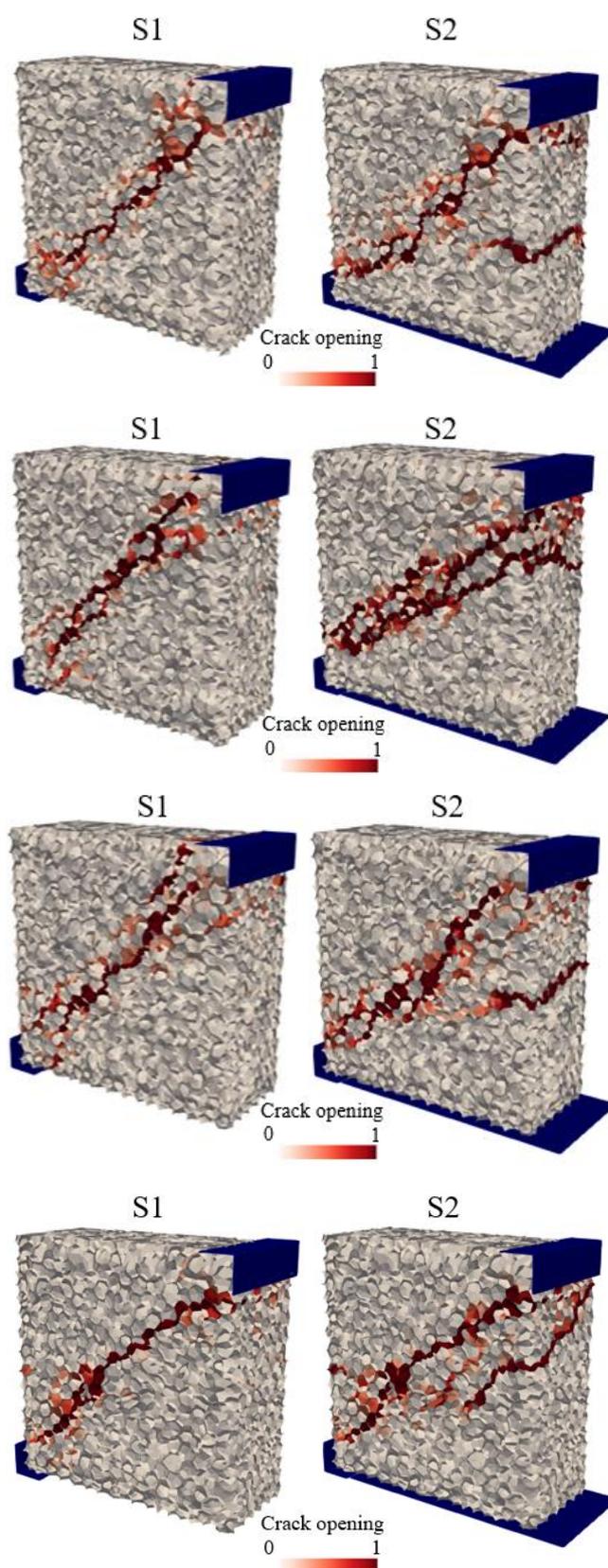


Figura 10. Modalità di rottura conseguita, attraverso la prova di compressione diagonale eseguita con le configurazioni S1 e S2 (rappresentate in Figura 8) su alcuni provini murari analizzati, caratterizzati da diversi assortimenti granulometrici.

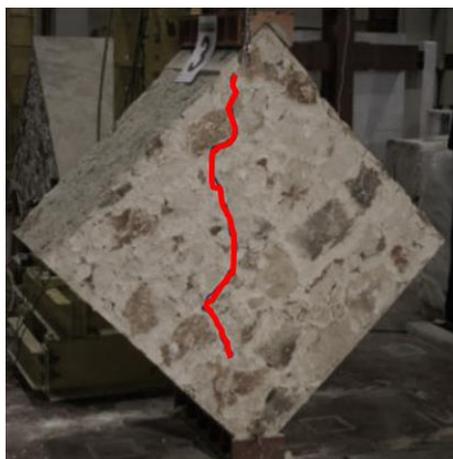


Figura 11. Modalità di rottura su un pannello murario sottoposto alla prova sperimentale di compressione diagonale nella configurazione S1 (Milosevic et al. 2012).

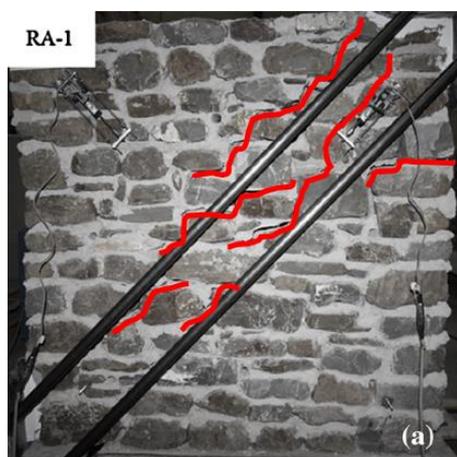


Figura 12. Modalità di rottura su un pannello murario sottoposto alla prova sperimentale di compressione diagonale nella configurazione S2 (Mahmood e Ingham 2011).

5 CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stato introdotto il Lattice Discrete Particle Model (LDPM) per la simulazione del comportamento meccanico delle murature storiche di pietrame irregolare. Tale modello consente la rappresentazione eterogenea e granulare della tipologia muraria analizzata attraverso la discretizzazione del volume in particelle irregolari interagenti tra loro e collocate caoticamente nel volume attraverso una assegnata legge di distribuzione granulometrica. Tale modello, quindi, consente quindi di ottenere risposte meccaniche dei paramenti murari anche in funzione del diverso arrangiamento delle pietre al loro interno.

Una volta effettuata la calibrazione dei parametri sui dati sperimentali, LDPM può essere utilizzato per affiancare i test sperimentali per meglio comprendere il comportamento

meccanico delle murature di pietrame e fornire preziose indicazioni da tener conto nello svolgimento dei test sperimentali.

Nel presente lavoro, è stata eseguita una simulazione LDPM della prova di compressione diagonale. In particolare, è stata indagata l'influenza di due diverse configurazioni, comunemente adottate nella pratica sperimentale nell'esito della prova: 1) condizione ideale (su cui sono basati i modelli teorici) in cui il pannello è posizionato con la sua diagonale in direzione verticale ed è compresso lungo tale direzione; 2) pannello appoggiato su un basamento orizzontale e caricato, quindi, lungo una direzione inclinata di 45° .

I risultati mostrano che adottando la diversa configurazione rispetto a quella ideale si possono avere variazioni nella propagazione della frattura nei pannelli murari (innesco di meccanismi di rottura flessionali oltre che quelli tipici di trazione) che influenzano, anche, il loro comportamento meccanico (riduzioni in termini di rigidità di taglio e duttilità).

In definitiva, il lavoro ha mostrato come LDPM consente di analizzare con successo aspetti di dettaglio che sarebbero difficili da investigare attraverso una campagna sperimentale o con una modellazione numerica basata sul principio degli Elementi Finiti. Infatti, quest'ultima, basata sui modelli continui, sono intrinsecamente incapaci di catturare sia la propagazione della frattura che l'evoluzione del danno per materiali quasi-fragili.

REFERENCES

- ASTM, E., 2007. Standard test method for diagonal tension (shear) in masonry assemblages, 519-07.
- Barber, C. B., Dobkin, D., Huhdanpaa, H., 1996. The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, **22**(4), 469-483.
- Borri, A., Paci, G., De Maria, A., 2011. Resistenza a taglio delle murature: prove diagonali e correlazione con l'Indice di Qualità Muraria IQM. XIV convegno ANIDIS. L'ingegneria sismica in Italia. Sommari, relazioni ad invito, atti su dvd. Bari, 18-22.
- Borri, A., Castori, G., Corradi, M., Speranzini, E., 2011. Shear behavior of unreinforced and reinforced masonry panels subjected to in situ diagonal compression tests. *Construction and Building Materials*, **25**(12), 4403-4414.
- Borri, A., Corradi, M., Castori, G., De Maria, A., 2015. A method for the analysis and classification of historic masonry. *Bulletin of Earthquake Engineering*, **13**(9), 2647-2665.
- Bazant, Z. P., Tabbara, M. R., Kazemi, M., Pijaudier-Cabot, G., 1990. Random particle model for fracture of

- aggregate or fiber composites. *Journal of engineering mechanics*, **116**(8), 1686-1705.
- Calderini, C., Cattari, S., Lagomarsino, S., 2010. The use of the diagonal compression test to identify the shear mechanical parameters of masonry. *Construction and building materials*, **24**(5), 677-685.
- Corradi, M., Borri, A., Vignoli, A., 2002. Strengthening techniques tested on masonry structures struck by the Umbria–Marche earthquake of 1997–1998. *Construction and Building Materials*, **16**(4), 229-239.
- Corradi, M., Borri, A., Vignoli, A. 2003. Experimental study on the determination of strength of masonry walls. *Construction and building materials*, **17**(5), 325-337.
- Corradi, M., Borri, A., Vignoli, A., 2008. Experimental evaluation of in-plane shear behaviour of masonry walls retrofitted using conventional and innovative methods. *Masonry International*, **21**(1), 29.
- Cusatis, G., Pelessone, D., Mencarelli, A., 2011. Lattice discrete particle model (LDPM) for failure behavior of concrete. I: Theory. *Cement and Concrete Composites*, **33**(9), 881-890.
- Cusatis, G., Mencarelli, A., Pelessone, D., Baylot, J., 2011. Lattice discrete particle model (LDPM) for failure behavior of concrete. II: Calibration and validation. *Cement and Concrete composites*, **33**(9), 891-905.
- Dizhur, D., Ingham, J. M., 2013. Diagonal tension strength of vintage unreinforced clay brick masonry wall panels. *Construction and Building Materials*, **43**, 418-427.
- Drucker, D. C., Prager, W., 1952. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of applied mathematics*, **10**(2), 157-165.
- Eurocode 6, 2005. Design of masonry structures-General rules for reinforced and unreinforced masonry structures.
- Frocht, M. M., 1931. Recent advances in photoelasticity and an investigation of the stress distribution in square blocks subjected to diagonal compression. *Trans. ASME*, **53**, 135-153.
- Gattesco, N., Boem, I., Dudine, A., 2015. Diagonal compression tests on masonry walls strengthened with a GFRP mesh reinforced mortar coating. *Bulletin of Earthquake Engineering*, **13**(6), 1703-1726.
- Lemos, J. V., 2007. Discrete element modeling of masonry structures. *International Journal of Architectural Heritage*, **1**(2), 190-213.
- Lourenço, P. B., 1996. A user/programmer guide for the micro-modeling of masonry structures. Report, **3**(1.31), 35.
- Lourenço, P. B., Rots, J. G., 1997. Multisurface interface model for analysis of masonry structures. *Journal of engineering mechanics*, **123**(7), 660-668.
- Lourenço, P. B., Rots, J. G., Blaauwendraad, J., 1998. Continuum model for masonry: parameter estimation and validation. *Journal of structural engineering*, **124**(6), 642-652.
- Mahmood, H., Ingham, J. M., 2011. Diagonal compression testing of FRP-retrofitted unreinforced clay brick masonry wall panels. *Journal of Composites for Construction*, **15**(5), 810-820.
- Magenes, G., Penna, A., Galasco, A., Rota, M., 2010, July. Experimental characterisation of stone masonry mechanical properties. In Proceedings of the 8th International Masonry Conference.
- Milosevic, J., Bento, R., Gago, A. S., Lopes, M., 2012. Shear tests on rubble stone masonry panels-diagonal compression tests. In 15th world conference on earthquake engineering.
- Milosevic, J., Lopes, M., Gago, A. S., Bento, R., 2013. Testing and modeling the diagonal tension strength of rubble stone masonry panels. *Engineering Structures*, **52**, 581-591.
- MIT, 2019. Circolare del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti 21 gennaio 2019, n7 recante istruzioni per l'applicazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018. Suppl ord, (5).
- NTC, L. G., 2018. Norme tecniche per le costruzioni. Italian Technical Norms for Constructions.
- Parisi, F., Iovinella, I., Balsamo, A., Augenti, N., Prota, A., 2011. Indagine sperimentale sulla resistenza a taglio della muratura di tufo rinforzata con materiali compositi a matrice inorganica. XIV Convegno “L’Ingegneria Sismica in Italia”, ANIDIS, 18-22.
- Pelessone D., 2006. MARS, modeling and analysis of the response of structures. User’s manual, ES3 Inc.
- Pulatsu, B., Bretas, E. M., Lourenco, P. B., 2016. Discrete element modeling of masonry structures: Validation and application. *Earthquakes and Structures*, **11**(4), 563-582.
- Rilem, T. C., 1994. LUM B6 Diagonal tensile strength tests of small wall specimens, 1991. RILEM Recommendations for the testing and use of construction materials, 488-489.
- Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., 2010. Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, **17**(3), 299-325.
- Silva, B., Dalla Benetta, M., da Porto, F., Modena, C., 2014. Experimental assessment of in-plane behaviour of three-leaf stone masonry walls. *Construction and Building Materials*, **53**, 149-161.
- Sheppard, P., 1985. In-situ test of the shear strength and deformability of an 18th century stone-and-brick masonry wall.
- Tóth, A. R., Orbán, Z., Bagi, K., 2009. Discrete element analysis of a stone masonry arch. *Mechanics Research Communications*, **36**(4), 469-480.
- Turnšek, V., Čačovič, F., 1970. Some experimental results on the strength of brick masonry walls in “Proceedings of 2nd International Brick and Block Masonry Conference”. Stoke-on-Trent, UK.