



Il miglioramento sismico di una struttura ospedaliera mediante un sistema di dissipazione esterno di tipo MPD

Michele Palermo^a, Giada Gasparini^a, Stefano Silvestri^a, Vittoria Laghi^a, Tomaso Trombetti^a

^a Dipartimento di Ingegneria Civile, Chimica, Ambientale e dei Materiali, Università di Bologna, Viale del Risorgimento 2, 40136 Bologna, Italy

Keywords: Struttura intelaiata, Risposta sismica, Miglioramento sismico, Sistemi di dissipazione.

ABSTRACT

La presente memoria illustra la concezione strutturale dell'intervento di miglioramento sismico di un edificio ospedaliero sito a Bologna. L'edificio è stato ultimato alla fine degli anni '60 e presenta una struttura portante a telaio in conglomerato cementizio armato. E' costituito da tre blocchi strutturali separati da giunti con uno sviluppo complessivo di circa 38000 mq distribuiti su un numero di piani variabili tra sei e sette, con altezza media di interpiano di circa 3,5 metri. Il progetto prevede la solidarizzazione degli impalcati dei diversi corpi e la realizzazione di pareti esterne in conglomerato cementizio armato opportunamente collegate all'edificio mediante dissipatori viscosi disposti in orizzontale. Tale soluzione consente di realizzare un sistema di dissipazione noto in letteratura scientifica come Sistema Proporzionale alle Masse (MPD). Il dimensionamento del sistema di dissipazione è effettuato utilizzando il metodo di progetto sviluppato da alcuni degli autori e noto come "Five-Step Procedure", con l'obiettivo di raggiungere una capacità nei confronti delle azioni sismiche pari ad almeno il 60% di quella prevista per gli edifici di nuova progettazione. La progettazione finale e le verifiche sono condotte mediante analisi dinamiche non lineari (di tipo time history). L'efficacia dell'intervento proposto viene valutata mediante specifici indici di prestazione. La scelta della tipologia di intervento è stata dettata dalla necessità di garantire la funzionalità della struttura durante le fasi di lavorazione in modo da ridurre al minimo gli interventi da effettuare all'interno dell'edificio.

1 INTRODUZIONE

Da un punto di vista ingegneristico l'effetto di un terremoto su un edificio viene modellato attraverso azioni dinamiche impresse alla base delle strutture (tipicamente accelerazioni del suolo), le quali determinano una complessa risposta dinamica che dipende fundamentalmente dall'intensità e dalle caratteristiche dell'input sismico, nonché dalle proprietà elastiche, inerziali e dissipative della struttura stessa. Per caratterizzare la risposta sismica delle strutture si è spesso adottato un approccio di tipo energetico. In estrema sintesi, il sisma trasmette una data energia alla struttura (energia in ingresso), la quale viene in parte immagazzinata dalla struttura sotto forma di deformazione elastica ed in parte dissipata nell'ambiente

La massima energia elastica che può essere immagazzinata dalla struttura è limitata dalle capacità resistenti degli elementi strutturali. Infatti, in caso di sismi violenti l'energia in

ingresso può risultare significativamente superiore alla massima energia elastica immagazzinabile dalla struttura e quindi causare l'escursione della struttura in campo inelastico, con conseguente sviluppo di deformazioni irreversibili e meccanismi di danneggiamento (dissipazione di energia per isteresi dei materiali). Nel caso di edifici tradizionali la dissipazione di energia si manifesta sostanzialmente a fronte di danneggiamenti progressivi che, in casi estremi, possono condurre sino al collasso strutturale.

Alla luce di quanto sopra menzionato, al fine di concepire edifici dalle prestazioni sismiche superiori, è possibile individuare tre diversi approcci progettuali: (1) incrementare la capacità di immagazzinare energia elastica, ovvero concepire strutture "iper-resistenti", (2) incrementare le capacità dissipative, ovvero concepire strutture "dissipative", (3) ridurre l'energia in ingresso mediante disaccoppiamenti dinamici, ovvero concepire strutture "isolate".

L'approccio progettuale basato sulla dissipazione consiste nell'inserire all'interno delle strutture dispositivi appositamente progettati per

dissipare energia in modo da preservare gli elementi strutturali che per il sisma di progetto dovrebbero rispondere in fase elastica (con assenza di danneggiamento). L'utilizzo di dissipatori fluido-viscosi si è dimostrata una via particolarmente efficace nel limitare il danneggiamento e gli spostamenti di interpiano che interessano la struttura, senza modificare in modo apprezzabile le caratteristiche dinamiche dell'edificio. In tal senso sono state condotte estese ricerche al fine di investigare il comportamento sismico di edifici equipaggiati con dissipatori fluido-viscosi con l'obiettivo di identificarne il posizionamento ottimale all'interno della struttura e sviluppare procedure di dimensionamento (Ramirez et al. 2000, Lopez Garcia 2001, Christopoulos e Filiatrault 2006, Takewaki 1997, 2000, 2009). In particolare gli autori negli hanno analizzato e confrontato le prestazioni di edifici a telaio equipaggiati con un sistema di dissipazione proporzionale alle rigidità, noto in letteratura come SPD (costituito da smorzatori di "interpiano" disposti all'interno delle specchiature di telaio in modo da collegare due impalcati consecutivi per mezzo di controventi diagonali) e proporzionale alle masse, noto in letteratura come MPD (costituito da smorzatori disposti in modo tale da collegare ciascun impalcato ad un punto fisso). Tali studi hanno dimostrato che, sotto l'ipotesi di egual coefficiente totale di smorzamento, i sistemi di tipo MPD hanno prestazioni superiori ai corrispondenti sistemi di tipo SPD (Trombetti e Silvestri 2004, 2006, 2007, Silvestri e Trombetti 2007). A partire da tali risultati gli autori hanno sviluppato una procedura di progetto nota in letteratura scientifica come "Five-step procedure" (Silvestri et al. 2010) per il dimensionamento di sistemi di tipo SPD ed MPD. La procedura può essere applicata sia per la progettazione di edifici nuovi che per il dimensionamento di sistemi di dissipazione per il miglioramento/adequamento di edifici esistenti.

La presente memoria illustra il progetto di miglioramento sismico di un edificio ospedaliero sito a Bologna realizzato con un innovativo sistema di dissipazione esterno di tipo MPD, del quale alcuni degli autori sono stati consulenti scientifici. Nel dettaglio, viene dapprima fornita una descrizione generale dell'edificio e presentata la concezione strutturale dell'intervento. Successivamente, viene descritto il modello numerico dell'edificio e del sistema di dissipazione esterno MPD e fornita una sintesi del metodo di progetto "Five-Step procedure" utilizzato per il dimensionamento del sistema di dissipazione. Infine, vengono illustrati i risultati

principali delle analisi sismiche e discusse le prestazioni ottenute dal sistema di dissipazione.

2 DESCRIZIONE DELLA STRUTTURA E CONCEZIONE DELL'INTERVENTO

L'edificio oggetto di intervento è il Padiglione 5 (Nuove Patologie) dell'Ospedale Sant'Orsola Malpighi di Bologna: ha una superficie complessiva in pianta di 38000 mq distribuita su un numero di piani variabili tra 6 e 7, con un'altezza media di 3,5 m. L'edificio è diviso in vari blocchi, tra cui i blocchi relativi alla parte storica, oggetto dell'intervento di miglioramento. La parte storica del padiglione ha una struttura intelaiata in calcestruzzo armato, ultimata nel 1969, che presenta un piano seminterrato e 6 piani fuori terra. Nel 2005 è stata aggiunta una nuova ala; con struttura portante realizzata in c.c.a a 7 piani fuori terra ed un piano interrato, completamente giuntata ed autonoma nei confronti della struttura originale. Dal punto di vista strutturale l'edificio principale del 1969 risulta essere costituito da tre blocchi (nel seguito denominati blocco A, B e C, Fig.1) separati da giunti. I tre blocchi storici presentano delle porzioni basse (zona atrio e Aula Magna con ufficio annesso) che nell'ambito dell'intervento complessivo di miglioramento sono oggetto di demolizione e ricostruzione (con apposito giunto in modo da non interferire con le strutture alte dei vari blocchi – zona atrio), di raddoppio di strutture verticali (Aula Magna) per creazione giunto strutturale e demolizione (ufficio annesso alla Aula Magna). Tali interventi sono propedeutici all'intervento di miglioramento sulla parte storica, in modo da distinguere nettamente il comportamento degli edifici alti dalle zone basse.

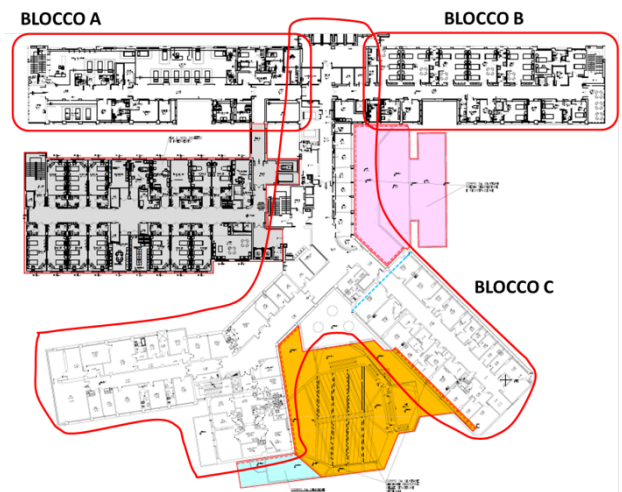


Figura 1. Padiglione 5 pianta piano primo – zona grigia (Ala G, non oggetto del presente progetto), zona rosa (Atrio,

oggetto di demolizione e ricostruzione con apposito giunto), zona gialla (Aula Magna, creazione di raddoppio di strutture portanti verticali per creare giunto con Blocco C), zona azzurra (sala adiacente aula magna, oggetto di demolizione).

La strategia di intervento scelta è conseguenza delle limitazioni imposte dalla destinazione d'uso dei fabbricati, dal loro pieno ed intensivo utilizzo e dalla materiale impossibilità di sgomberare ampie porzioni per intervalli di tempo convenientemente lunghi. Tali limitazioni rendono nei fatti impossibile l'impiego delle "tradizionali" tecniche di intervento basate su rinforzi diffusi delle strutture esistenti o inserimento di nuovi sistemi di controventamento. Per tali ragioni, lo studio è stato indirizzato verso la ricerca di una soluzione che consentisse il raggiungimento dell'obiettivo prefissato (in termini di aumento del livello di sicurezza), rimanendo (nei limiti del possibile) relativamente poco invasiva nei confronti delle attività ospitate dal complesso. Pertanto, si è scelta una soluzione che prevede l'impiego di cosiddette "pareti dissipative esterne", ossia pareti esterne in c.c.a. collegate alla struttura principale attraverso smorzatori fluido-viscosi (Figura 2). Un sistema così concepito rappresenta una implementazione pratica del concetto di sistema MPD, purché la rigidità della parete sia significativamente maggiore di quella della struttura da proteggere.

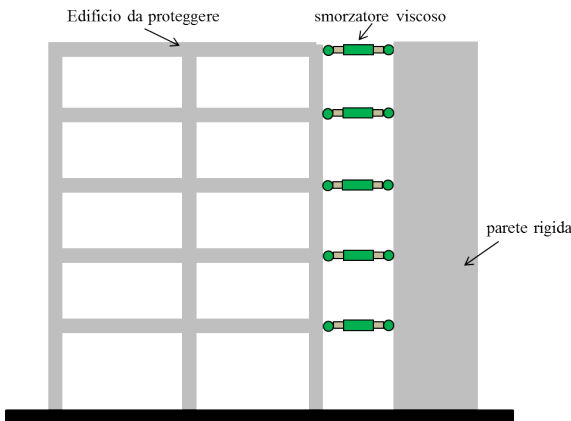


Figura 2. Il Sistema di dissipazione esterno MPD.

Nel dettaglio, l'intervento consiste nella realizzazione di 7 sistemi di pareti in c.c.a., indicate come pareti MPD (SM1, SM2, SM3, SM4, SM5, SM6, SM7), ciascuno costituito da setti in calcestruzzo armato di spessore pari a 2 m e lunghezza pari a 3 m, posizionati in corrispondenza dei telai degli edifici esistenti. Le pareti sono collegate all'edificio esistente attraverso smorzatori viscosi (per un numero totale di 74 dispositivi) posti orizzontalmente in modo

tale da collegare ciascun solaio al sistema di pareti. Per assicurare al sistema un comportamento d'insieme, le singole pareti sono anche collegate da un setto in c.c.a. trasversale di spessore pari ad 1 m. La posizione e direzione di azione di ciascuna parete dissipativa è indicata in Figura 3.

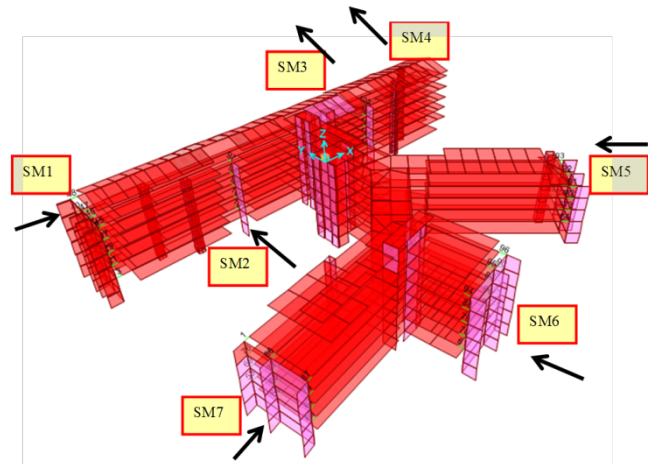


Figura 3. Posizione delle pareti dissipative e direzione di azione.

3 LA MODELLAZIONE E LE ANALISI CONDOTTE

La modellazione numerica dell'edificio è stata sviluppata con l'ausilio del software ad elementi finiti SAP2000 (www.csiamerica.com). In particolare, al fine di valutare l'effetto dell'inserimento degli smorzatori sul comportamento sismico della struttura, sono stati sviluppati due modelli distinti:

- Modello SF rappresentativo della struttura allo stato di fatto con giunti solidarizzati;
- Modello MPD rappresentativo dello stato di progetto con sistemi di dissipazione esterna MPD.

I dissipatori fluido-viscosi sono stati modellati mediante elementi tipo nl-link dal comportamento forza-velocità non-lineare del tipo $F=cv^\alpha$ (con esponente $\alpha=0,15$).

In Figura 4 è riportata una vista 3D del modello ad elementi finiti MPD. Il comportamento dinamico della struttura è stato analizzato per mezzo di un'analisi modale valutando i periodi di vibrazione e le corrispondenti forme modali. Il primo modo è rotazionale con periodo pari a 1,62 s, il secondo modo è traslazionale lungo y con periodo pari a 1,38 s, il terzo modo è traslazionale lungo x con periodo pari a 1,21 s, il quarto modo è anch'esso traslazionale lungo x con periodo pari a 0,93 s.

Per valutare le prestazioni del sistema di dissipazione MPD sono state sviluppate analisi dinamiche di tipo time-history non-lineari

utilizzando come input sismici un set di accelerogrammi artificiali compatibili con lo spettro allo stato limite SLV così come previsto dalle norme tecniche DM 17/01/2018 (NTC 2018). In particolare, gli input sismici sono stati generati utilizzando il software SIMQKE. (Vanmarcke et al. 1990).

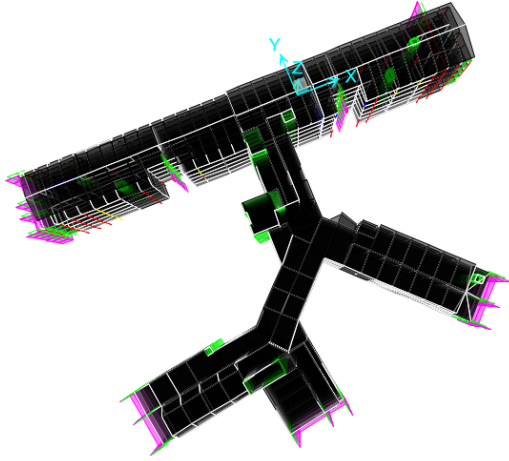


Figura 4. Modello ad elementi finiti della struttura con il sistema di dissipazione esterno MPD.

4 LA “FIVE-STEP PROCEDURE”

Il sistema di smorzamento MPD descritto nel paragrafo precedente è stato pre-dimensionato utilizzando la procedura di progetto nota in letteratura scientifica come “Five-Step Procedure” originariamente proposta da alcuni degli autori autori nel 2010 (Silvestri et al. 2010) e recentemente revisionata (Palermo et al. 2016) in modo da fornire anche formulazioni dirette per il dimensionamento dei dispositivi. La procedura diretta è stata concepita con lo specifico obiettivo di fornire al progettista strumenti analitici che consentano di: (1) dimensionare la taglia degli smorzatori e (2) valutare le massime sollecitazioni negli elementi strutturali. I passi della procedura di progetto sono sintetizzati dal flow-chart riportato in Figura 5.

Lo STEP 1 consiste nella identificazione dell’obiettivo prestazionale globale che deve fornire il sistema di dissipazione in termini di fattore di riduzione del taglio alla base per elevato smorzamento η . Dal valore del fattore di riduzione obiettivo $\bar{\eta}$ è possibile ottenere il rapporto di smorzamento obiettivo $\bar{\xi}$ utilizzando formule di comprovata validità (ad esempio Bommer et al. 2010). Con lo STEP 2 è possibile dimensionare i coefficienti di smorzamento dei singoli dispositivi lineari equivalenti (supponendo inizialmente un legame lineare forza-velocità F-v) tali da garantire il soddisfacimento dell’obiettivo

prestazionale identificato allo STEP 1. Con lo STEP 3 si valutano le forze, le velocità e le corse di progetto dei dispositivi lineari equivalenti. E’ opportuno notare come lo STEP 3 può essere condotto sia in accordo alla procedura originale (Silvestri et al. 2010) che prevede lo sviluppo di analisi numeriche di tipo time-history lineari e quindi la modellazione della struttura e del sistema di dissipazione mediante un software ad elementi finiti, oppure, in alternativa, attraverso le formule predittive della procedura diretta (Palermo et al. 2016). Nello STEP 4 si valutano i coefficienti di smorzamento dei dispositivi considerando l’effettivo legame non-lineare F-v. Infine, lo STEP 5 consiste nella verifica finale del comportamento della struttura dotata degli smorzatori progettati in accordo con gli step 1-4 attraverso lo sviluppo di analisi dinamiche di tipo time-history non lineari.

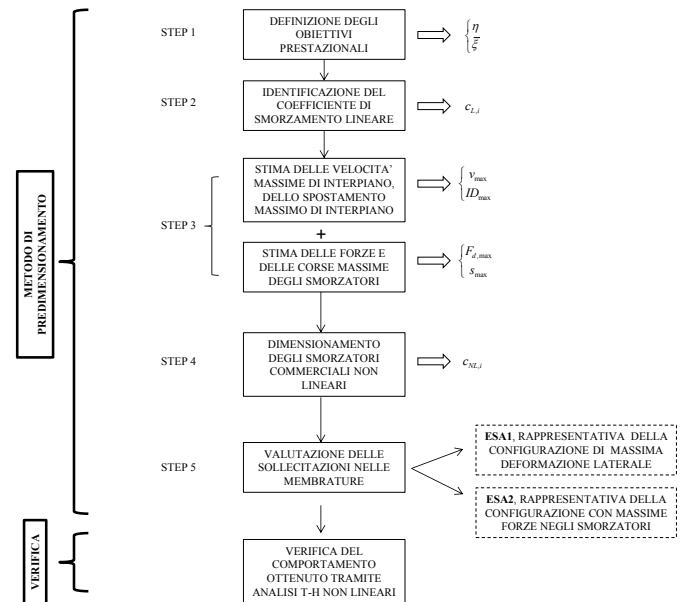


Figura 5. Flow chart della procedura di progettazione diretta “Direct five-step procedure” (Adattato da).

Nel caso in esame, il sistema di dissipazione è stato dimensionato per un valore di riduzione di taglio alla base obiettivo pari a 0,53. Tale valore di riduzione è stato tarato sulla base dei risultati di apposite analisi di vulnerabilità sismica al fine di garantire un rapporto capacità/domanda nello stato post-intervento pari ad almeno il 60% (intervento di miglioramento).

Si riportano in Tabella 1 le caratteristiche principali (quantità, coefficiente di smorzamento c_{NL} , forza di progetto F_{max} , corsa di progetto s_{max}) degli smorzatori viscosi divisi per tipologia così come ottenuti dalla applicazione della procedura di progetto.

Tabella 2. Caratteristiche principali degli smorzatori suddivise per tipologie.

	quantità	CNL [kN/(m/s) ^α]	F _{max} [kN]	S _{max} [mm]
Tipo 1	21	800	800	+25
Tipo 2	46	1000	1000	+50
Tipo 3	4	1600	1500	+35
Tipo 4	2	2100	1800	+35

5 LE PRESTAZIONI DEL SISTEMA MPD

Nel presente paragrafo si commentano i risultati principali delle analisi sismiche condotte al fine di valutare l'efficacia del sistema di dissipazione MPD. Per motivi di brevità, verranno discussi solamente gli aspetti salienti.

Il confronto in termini di sollecitazioni globali (tagli alla base) e spostamenti massimi in sommità così come ottenute dalle analisi time-history condotte sui modelli con e senza smorzatori può essere sintetizzato come segue:

- il taglio totale alla base della struttura in direzione sia in direzione x che in direzione y risulta pari a circa la metà del taglio alla base per la struttura senza smorzatori ($\eta = 0,54$).
- Mediamente gli spostamenti massimi in sommità si riducono di un fattore $\eta = 0,4$.

Nelle tabelle di sintesi (Tabella 2 e 3) si riportano i rapporti R tra i valori massimi delle sollecitazioni di taglio (V_{2max} e V_{3max}) e momento flettente (M_{2max} e M_{3max}) per alcuni telai selezionati, ed i rapporti degli spostamenti massimi (alla quota dell'ultimo impalcato) così come ottenuti dai modelli MPD ed SF.

Tabella 2. Confronto sollecitazioni massime in alcuni telai.

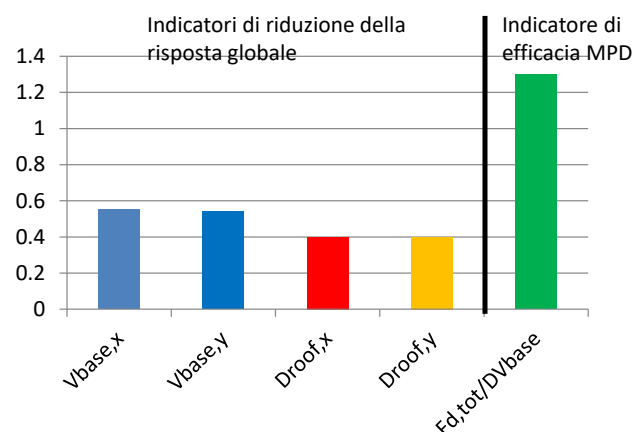
	Telaio 1 (blocco A e B)	Telaio 2 (blocco C)	Telaio 3 (blocco C)
R _{V2max}	0,40	0,47	0,48
R _{V3max}	0,27	0,47	0,44
R _{M2max}	0,30	0,43	0,42
R _{M3max}	0,48	0,46	0,42

Tabella 3. Confronto spostamenti massimi in sommità.

Nodo	Dir. x	Dir. y
728 (corpo C)	0,3	0,4
794 (corpo C)	0,3	0,4
1808 (corpo A)	0,3	0,4
2256 (corpo B)	0,3	0,5
1808 (corpo C)	0,3	0,3
2256 (corpo C)	0,4	0,3
nodo-P5-01 (corpo C)	0,4	0,4
nodo-P5-04 (corpo C)	0,4	0,4

Nell'istogramma di Figura 6 si confrontano: (1) le riduzioni del taglio alla base (colonne in blu) e dello spostamento in sommità (colonne in rosso e arancio) che presenta la struttura dotata di smorzatori (modello MPD), rispetto alla struttura senza smorzatori (modello SF); (2) l'indice di efficacia del sistema di dissipazione (colonna in verde) valutato come rapporto tra la forza totale di dissipazione e la riduzione del taglio alla base (differenza tra il taglio alla base nella struttura allo stato di fatto ed il taglio alla base nella struttura con sistema di dissipazione).

Figura 6. Istogramma di riepilogo delle prestazioni del sistema di dissipazione.



Si può osservare come le riduzioni del taglio alla base, rappresentate nel grafico dalle colonne azzurre, siano sostanzialmente coincidenti con la riduzione "target" assunta in fase di dimensionamento dei dispositivi, pari a 0,54. Le riduzioni dei massimi spostamenti in sommità, rappresentate nel grafico dalle colonne rossa ed arancio, risultano maggiori delle riduzioni dei tagli alla base (pari a 0,4).

L'indicatore di efficacia del sistema di dissipazione ($IE = F_{d,tot}/DV_{base}$) quantifica il rapporto tra la forza totale di dissipazione fornita dal sistema ($F_{d,tot}$) e la riduzione del taglio alla base (differenza tra il taglio alla base nella struttura con sistema di dissipazione e taglio alla base nella struttura senza sistema di dissipazione DV_{base}). Nel caso specifico il valore dell'indicatore (pari a 1,3) esprime l'incremento della forza totale di dissipazione fornita dal sistema, ossia la somma delle forze massime di ciascun dispositivo (responsabile della riduzione del taglio alla base) pari a circa 1,3 volte la riduzione del taglio alla base valutato come differenza tra il taglio alla base della struttura nuda ed il taglio alla base della struttura smorzata. Tale valore (1,3) è indicativo di prestazioni molto elevate. E' opportuno osservare

come tipicamente nei sistemi di dissipazione SPD l'indicatore di efficacia IE assume valori pari a $IE=N$ con N pari al numero totale di piani dell'edificio. Ad esempio, per un edificio di 6 piani l'indicatore di efficacia per un sistema di dissipazione SPD è pari a circa 6.

6 CONCLUSIONI

La memoria ha illustrato l'implementazione di un sistema di dissipazione esterno di tipo proporzionale alle masse (MPD) ad un edificio ospedaliero sito a Bologna. L'utilizzo di un sistema di dissipazione esterna ha il vantaggio fondamentale di minimizzare le lavorazioni necessarie all'interno della struttura e pertanto consente di preservare l'operatività della struttura durante le lavorazioni, con conseguente riduzione dei costi indiretti tipici di interventi più tradizionali (che necessitano invece la interruzione della funzionalità). Da un punto di vista strutturale si è mostrato come un sistema di dissipazione di tipo MPD sia in grado, per un caso reale, di garantire prestazioni sismiche elevate (adeguamento sismico o addirittura assenza di danno per terremoti rari) e notevolmente superiori di quelle di sistemi di dissipazione più tradizionali che utilizzano tipicamente smorzatori viscosi inseriti direttamente nelle maglie del telaio. Inoltre, l'utilizzo di un sistema di dissipazione esterna offre ulteriori vantaggi in termini di facilità nella manutenzione, controllo ed eventuale sostituzione dei dispositivi, reversibilità del sistema, nonché la possibilità di sfruttare le pareti esterne come spazi aggiuntivi per una riqualificazione architettonico-funzionale.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano la committenza, nelle persone della Dott. Ing. Daniela Pedrini e della Dott.ssa Mariangela Salituri rispettivamente Direttore e Dirigente del Dipartimento Tecnico Coordinamento Attività Tecniche Integrate, Direzione Progettazione, Sviluppo e Investimenti (Struttura Complessa) Azienda Ospedaliero-Universitaria di Bologna, Policlinico Sant'Orsola – Malpighi per avere messo a disposizione tutto il materiale e per avere preso parte fattivamente e avere condiviso la scelta tecnica innovativa dell'intervento progettato.

Si ringrazia il Dott. Ing. Friedrich Drollmann di Bologna per avere messo a disposizione le analisi condotte per le verifiche di vulnerabilità di II

livello del Padiglione 5, il Dott. Ing. Gilberto Dallavalle e il Dott. Ing. Pierpaolo Freo di Bologna, titolari rispettivamente del progetto di fattibilità e del progetto esecutivo dell'intervento, dei quali alcuni autori sono stati consulenti tecnico-scientifici per tutto lo sviluppo delle varie fasi del progetto.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Bommer JJ, Elnashai AS and Weir AG (2000). Compatible acceleration and displacement spectra for seismic design codes, Proc. of the 12th WCEE, Auckland, New Zealand.
- Christopoulos C and Filiatrault A (2006). Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation, IUSS Press, Pavia, Italy, 2006.
- Lopez Garcia D (2001). A simple method for the design of optimal damper configurations in MDOF structures. *Earthquake Spectra*, 17 (3), 387-398.
- NTC18 - "Norme tecniche per le costruzioni" D.M. 17 Gennaio 2018. Roma
- Palermo, M., Silvestri, S., Landi, L., Gasparini, G., & Trombetti, T. (2016). Peak velocities estimation for a direct five-step design procedure of inter-storey viscous dampers - *Bulletin of Earthquake Engineering*, 14(2), 599-619.
- Ramirez OC, Constantinou MC, Kircher CA, Whittaker AS, Johnson MW, Gomez JD and Chrysostomou CZ (2000) Development and Evaluation of Simplified Procedures for Analysis and Design of Buildings with Passive Energy Dissipation Systems.
- Silvestri S and Trombetti T (2007). Physical and numerical approaches for the optimal insertion of seismic viscous dampers in shear-type structures, *Journal of Earthquake Engineering*, 11(5) 787-828.
- Silvestri S, Gasparini G and Trombetti T (2010). A Five-Step Procedure for the Dimensioning of Viscous Dampers to Be Inserted in Building Structures, *Journal of Earthquake Engineering*, 14:3 417-447.
- Takewaki I (1997). Optimal damper placement for minimum transfer functions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 26, 1113-1124.
- Takewaki I (2000). Optimal damper placement for critical excitation, *Probabilistic Engineering Mechanics* 15, 317-325.
- Takewaki I (2009). *Building Control with Passive Dampers: Optimal Performance-based Design for Earthquakes*. John Wiley & Sons (Asia), Singapore.
- Trombetti T and Silvestri S (2004). Added viscous dampers in shear-type structures: the effectiveness of mass proportional damping, *Journal of Earthquake Engineering*, 8 (2), 275-313.
- Trombetti T and Silvestri S (2006). On the modal damping ratios of shear-type structures equipped with Rayleigh damping systems, *Journal of Sound and Vibration*, 292(2), 21-58.
- Trombetti T and Silvestri S (2007). Novel schemes for inserting seismic dampers in shear-type systems based upon the mass proportional component of the Rayleigh damping matrix, *Journal of Sound and Vibration*, 302(3), 486-526.
- Vanmarcke EH, Cornell CA; Gasparini DA, Hou S (1990). SIMQKE-I: Simulation of Earthquake Ground Motions, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology.