



Rocking of masonry frames reinforced with elasto-brittle rebars

Simona Coccia^a, Fabio Di Carlo^a, Stefania Imperatore^b

^a University of Rome Tor Vergata- Dept. of Civil Engineering and Computer Science Engineering, Via del Politecnico 1, 00133 Rome, Italy

^b Niccolò Cusano University- Department of Engineering, Via Don Carlo Gnocchi 3, 00166 Rome, Italy

Keywords: rocking; masonry frames; elasto-brittle rebars, seismic retrofitting.

ABSTRACT

The paper deals with the seismic assessment and retrofitting of masonry frames according to Housner's studies. Starting point of the analysis is the evaluation of the acceleration of activation of the motion of the structure, and the consequent evaluation of the dynamic collapse condition. Moreover, the improvement in their seismic response is studied by introducing vertical restraints characterized by an elastic-brittle behavior, i.e. vertical rebars realized in composite materials. In this framework, a parametric analysis is carried out by varying the geometry of the masonry frames and the characteristics of the seismic input, in order to evaluate the effectiveness of the proposed retrofitting technique.

1 INTRODUZIONE

Tra gli elementi architettonici tipicamente frequenti nel costruito storico si annoverano i sistemi trilitici, che, assieme all'arco, rappresentano uno dei metodi costruttivi più antichi e maggiormente usati nella storia delle costruzioni. Il trilito è una struttura architettonica semplice, piuttosto comune nei monumenti megalitici, tra cui Stonehenge, i templi di Malta etc. Nell'antica Grecia, questo sistema si pone come elemento basilico degli ordini classici, rappresentativo di un'architettura ideale rispecchiante le concezioni di misura, ordine ed equilibrio. Nelle epoche successive, il trilito diviene l'elemento distintivo dell'architettura classica. Il sistema trilitico (dal greco tri = tre + lithos = pietra) è costituito da due piedritti e un architrave. Lo schema strutturale di questa architettura si basa sull'equilibrio delle forze verticali e orizzontali e dall'assenza di spinte laterali. Il gioco contrastante di sostegno e carico ne determina non soltanto la forma complessiva e dei singoli elementi. Nonostante la sua semplicità, i sistemi trilitici sono caratterizzati da una buona resistenza nei confronti delle azioni sismiche, anche elevate. Si pensi ad esempio i casi del

Tempio di Apollo a Corinto (Figura 1), delle strutture dell'antica Ierapoli di Frigia (Figura 2), del Tempio di Diana ad Efeso (Figura 3), dei templi di Paestum (Figura 4), tutti sopravvissuti a terremoti rovinosi nel corso dei secoli.



Figura 1. Tempio di Apollo a Corinto. (da: <https://www.grece-bleue.net/grecia/foto-corinto.html>)



Figura 2. Antica Ierapoli di Frigia. (da: <https://areeweb.polito.it/ricerca/hierapolis/>)



Figura 3. Tempio di Diana ad Efeso. (da: http://www.amso.it/lav_wem%202012/Giuliano.Daniela/il%20tempio.html)



Figura 4. Tempio di Hera a Paestum. (da: <https://www.paestumsites.it/paestum/il-tempio-di-hera>)

La risposta sismica di queste strutture può essere analizzata modellando i piedritti e l'architrave come elementi non resistenti a trazione e infinitamente rigidi in compressione (Heyman, 1966). In questi sistemi, caratterizzati da elevate snellezze, la modalità di rottura è connessa all'attivazione di un cinematisma piuttosto che al verificarsi di scorrimenti. In tale contesto, Makris and Vassiliou (2014, 2015), partendo dal modello proposto da Housner (1963), formulano l'equazione del moto per i sistemi trilitici. Ulteriori sviluppi del modello di Housner si trovano negli studi di (Giresini et al., 2016; Casapulla et al., 2017; Coccia et al. 2017a, Como et al., 2019; Como & Di Carlo, 2017; Di Carlo et al., 2017). Per incrementare la resistenza alle azioni sismiche, una possibile tecnica di rinforzo consiste nell'inserimento di armature disposte in verticale all'interno o all'esterno del blocco (AlShawa et al., 2019; Coccia et al., 2017b, 2018) o dei piedritti nel caso del sistema trilitico (Makris and Vassiliou, 2014).

Nel presente lavoro, partendo dal modello analitico proposto da Makris & Vassiliou, si analizza l'incremento di resistenza di sistemi trilitici ad N piedritti rinforzati con barre in GFRP a comportamento elastico.

2 MODELLO ANALITICO DEL SISTEMA NON RINFORZATO

Con riferimento al sistema strutturale mostrato in Figura 5, composto da N piedritti aventi stesse dimensioni della base ($2b$) e dell'altezza ($2h$) e massa m_c e da un architrave di massa m_b , in assenza di sistemi di rinforzo, la risposta dinamica dipende dalla geometria dei piedritti e dal rapporto γ tra le masse coinvolte nel sistema:

$$\gamma = \frac{m_b}{N \cdot m_c} \quad (1)$$

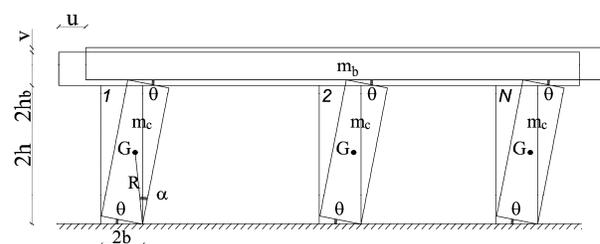


Figura 5. Schema strutturale del sistema non rinforzato.

Gli spostamenti verticali $v(t)$ e orizzontali $u(t)$ dei corpi possono essere espressi in funzione della rotazione θ dei pilastri (Figura 5). Durante il moto, l'equazione di Lagrange deve risultare soddisfatta:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{\theta}} \right) - \frac{dT}{d\theta} = Q \quad (2)$$

dove $(\dot{\quad})$ rappresenta la derivata rispetto al tempo t , T è l'energia cinetica e Q le forze generalizzate. In particolare, l'energia cinetica T è pari a:

$$T = \left(\frac{N}{2} I_0 + 2m_b R^2 \right) (\dot{\theta})^2 \quad (3)$$

dove R è la distanza tra la cerniera posta alla base del piedritto e il corrispondente baricentro, I_0 è il momento di inerzia polare del piedritto rispetto alla cerniera alla base, che nel caso di elementi di forma rettangolare risulta essere pari a:

$$I_0 = \frac{4}{3} m_c R^2 \quad (4)$$

Le forze generalizzate nel caso di portali non rinforzato sono espresse come (Makris & Vassiliou, 2015):

$$Q = \left(m_b + \frac{N}{2} m_c \right) \cdot \left(\ddot{u}_g \frac{du}{d\theta} - g \frac{dv}{d\theta} \right) \quad (5)$$

in cui \ddot{u}_g è l'input sismico, g è l'accelerazione di gravità, u e v sono gli spostamenti della cerniera

posizionata nella sezione di sommità dei piedritti, coincidenti con gli spostamenti dell'architrave, descritti dalle funzioni:

$$\begin{aligned} u &= 2R[\sin \alpha - \sin(\alpha \pm \theta)] \\ v &= 2R[\cos(\alpha \pm \theta) - \cos \alpha] \end{aligned} \quad (6)$$

dove α è l'angolo di snellezza del piedritto, definito tramite la relazione.

$$\tan(\alpha) = b/h \quad (7)$$

Sostituendo le Equazioni 3, 5 e 6 nell'Equazione 2, si perviene all'equazione che descrive il moto del sistema trilitico non rinforzato:

$$\ddot{\theta}(t) = -p_p^2 \left[\frac{\sin(\alpha \text{sn}g(\theta) - \theta) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \cos(\alpha \text{sn}g(\theta) - \theta)}{1} \right] \quad (8)$$

con p_p parametro di frequenza del sistema trilitico:

$$p_p = \sqrt{\frac{1+2\gamma}{1+3\gamma}} p \quad (9)$$

e p quello della colonna singola:

$$p = \sqrt{\frac{3g}{4R}} \quad (10)$$

All'aumentare della massa dell'architrave, il parametro di frequenza del sistema trilitico si riduce, rispetto al caso del blocco singolo, fino ad un massimo del 20%.

Si evidenzia infine che, sostituendo $\gamma=0$ nell'Equazione 7, i.e. massa dell'architrave nulla, si ritrova l'equazione del moto del blocco.

Durante il moto, ad ogni impatto, si verifica una dissipazione di energia che riduce la velocità del sistema e la cui entità può essere valutata attraverso il coefficiente di restituzione, assunto pari a quello proposto da Makris & Vassiliou (2015).

3 MODELLO ANALITICO DEL SISTEMA RINFORZATO

Nel caso in cui il sistema è rinforzato con elementi verticali elastici posizionati all'esterno dei piedritti (Figura 6), il lavoro compiuto dallo sforzo di trazione del cavo deve essere aggiunto al lavoro delle forze esterne. L'Equazione di Lagrange può quindi essere formulata come:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{d\dot{\theta}} \right) - \frac{dT}{d\theta} = Q - \frac{dV}{d\theta} \quad (11)$$

dove V è l'energia potenziale relativa allo sforzo normale nel rinforzo. Questo sforzo di trazione, causata dalla rotazione θ del piedritto, è pari a:

$$P = \frac{EA}{2h} e \quad (12)$$

in cui E ed A sono rispettivamente il Modulo Elastico e l'area del rinforzo ed e rappresenta l'allungamento elastico degli elementi verticali, pari a:

$$e = 2R \sin \alpha \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \quad (13)$$

Valutando, quindi, l'energia potenziale V come:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{EA}{2R \cos \alpha} \cdot e^2 \quad (14)$$

e sostituendo l'Equazione 14 nell'Equazione 11, si ricava l'equazione del moto del sistema trilitico composto da N piedritti e rinforzato con barre verticali esterne caratterizzate da un legame costitutivo elastico lineare:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}(t) = & -\frac{1+2\gamma}{1+3\gamma} p^2 \left[\frac{\sin(\alpha \text{sn}g(\theta) - \theta) + \frac{\ddot{u}_g(t)}{g} \cos(\alpha \text{sn}g(\theta) - \theta)}{1} \right] + \\ & -\frac{2}{1+3\gamma} p^2 \sin \alpha \sin \theta \left(\frac{EA}{m \cdot g} \tan \alpha \right) \end{aligned} \quad (15)$$

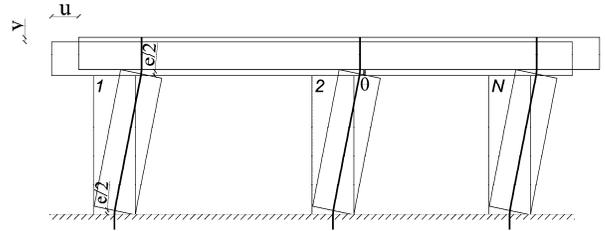


Figura 6. Schema strutturale del sistema rinforzato.

4 ANALISI PARAMETRICA

Al fine di valutare l'efficacia del sistema di rinforzo nei riguardi della resistenza del sistema analizzato, composto da N piedritti e da un architrave, è stata effettuata un'analisi parametrica

al variare dei principali parametri geometrici. In particolare, sono stati considerati piedritti con sezione trasversale quadrata, angolo di snellezza α pari a 10° e altezza $2h$ variabile tra 3 m e 8 m. Di conseguenza, la dimensione di base dei piedritti analizzati è pari a:

$$2b = 2h \cot(\alpha) \quad (16)$$

Le analisi sono svolte al variare della massa dell'architrave, considerando valori del parametro γ variabili tra 0 e 1, corrispondenti ai casi limite di sistema privo di architrave e di sistema con architrave avente massa pari alla somma delle masse dei piedritti.

Per quanto riguarda il sistema rinforzato, è stata considerata la presenza di un rinforzo verticale costituito da elementi assimilabili a barre in GFRP, caratterizzate da un modulo elastico pari a 40.8 GPa e da una deformazione ultima pari all'1.3 %. In accordo alla CNR-DT 200 R1/2013, per tener conto della riduzione di resistenza dovuta alla natura ciclica del carico, la deformazione ultima è stata opportunamente ridotta attraverso un moltiplicatore pari a 0.5. L'area del rinforzo verticale è fissata pari all'1‰ della sezione trasversale del piedritto.

Le analisi numeriche sono state svolte impiegando accelerogrammi artificiali spettro compatibili. In particolare sono stati scelti tre spettri di risposta elastici, definiti $A1$, $A2$ e $A3$, caratterizzati dallo stesso valore di PGA pari a 0.106 g e valori diversi dei periodi T_B , T_C e T_D (Figura 7). Per ogni spettro di risposta sono stati generati 7 accelerogrammi spettrocompatibili, in accordo a CEN – EN 1998-1, 2005.

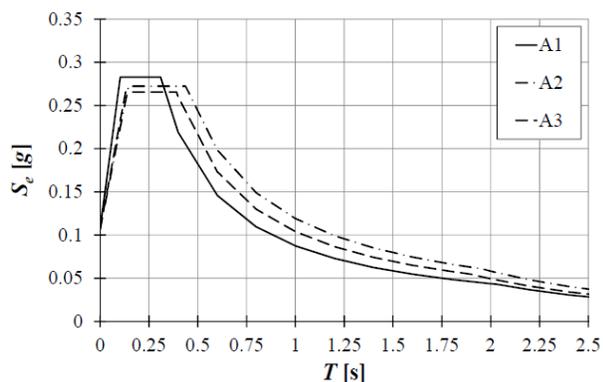


Figura 7. Spettri di risposta elastici considerati nell'analisi parametrica

L'equazione del moto (Equazioni 8 e 14 rispettivamente per i casi di sistema non rinforzato e sistema rinforzato), viene risolta numericamente ricorrendo ad un algoritmo di Newmark di tipo

trapezio, basato su una discretizzazione dell'intervallo temporale di analisi in passi temporali Δt uguali fra loro. Nota la configurazione del sistema all'istante iniziale è possibile ricavare la soluzione all'istante temporale successivo. Quest'ultima diviene quindi la condizione iniziale dello step di calcolo successivo. Al fine di valutare l'intensità dell'accelerazione sismica a_{nr} che causa il collasso per ribaltamento del sistema murario, la storia temporale di accelerazioni $\ddot{u}_g(t)$ viene incrementata fino al raggiungimento di una condizione limite di ribaltamento, mediante l'introduzione di un moltiplicatore C . Nello specifico, tale condizione limite, corrispondente ad un collasso per pura perdita di equilibrio, si verifica quando la rotazione θ dei piedritti, durante la fase di vibrazioni libere successiva all'istante finale dell'accelerogramma, diventa più grande dell'angolo di snellezza α .

Con riferimento al sistema rinforzato, durante il moto potrebbe verificarsi il collasso del rinforzo. In particolare, si assume che quest'ultimo avvenga per un valore di rotazione del piedritto corrispondente al raggiungimento della deformazione ultima della barra. Tuttavia tale condizione non coincide con il collasso del sistema trilitico, il cui moto successivo, in assenza di rinforzo, è descritto dall'Equazione 8.

Lo studio parametrico è effettuato in primo luogo ricercando l'accelerazione sismica che causa il collasso del sistema in assenza di rinforzo, valutata come media delle accelerazioni di collasso relative a ciascuno dei sette accelerogrammi spettro compatibili impiegati. In particolare, le Figure da 8 a 12 mostrano l'andamento dell'accelerazione di collasso dinamico a_{nr} al variare dell'altezza dei piedritti $2h$, per diversi valori del parametro γ e per i tre spettri di risposta elastici considerati. Si può notare come l'accelerazione di collasso dinamico del sistema composto da N piedritti e da un architrave cresca all'aumentare dell'altezza $2h$ dei piedritti.

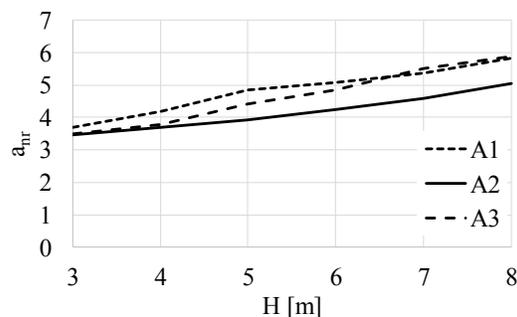


Figura 8. Risposta del sistema non rinforzato - $\gamma=0$

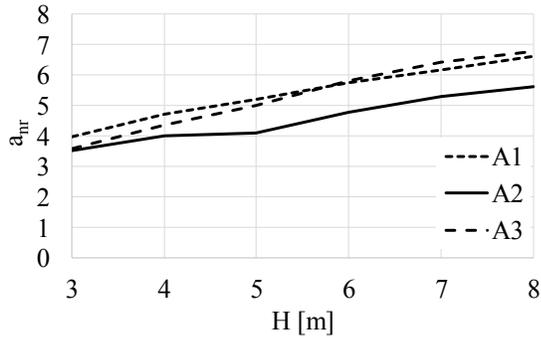


Figura 9. Risposta del sistema non rinforzato - $\gamma=0.25$

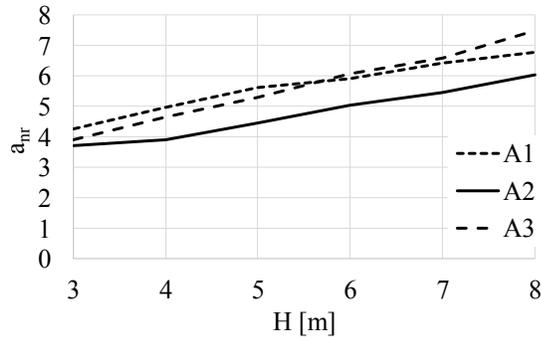


Figura 10. Risposta del sistema non rinforzato - $\gamma=0.5$

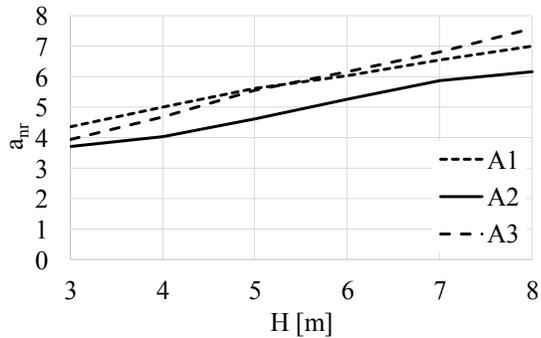


Figura 11. Risposta del sistema non rinforzato - $\gamma=0.75$

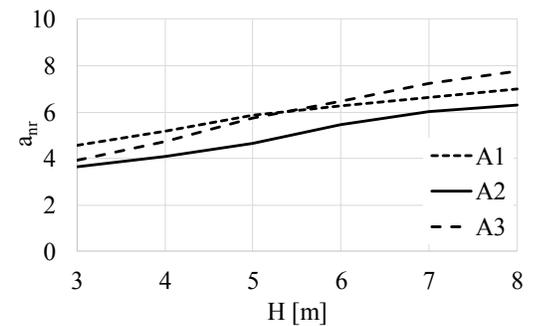


Figura 12. Risposta del sistema non rinforzato - $\gamma=1$

Nella Figura 13 sono riportati i valori dell'accelerazione di collasso dinamica, valutati per un sistema trilitico con altezza dei piedritti pari a 5 m ed al variare del parametro γ . Dall'analisi dei risultati si può osservare un incremento dell'accelerazione di collasso dinamico del sistema trilitico all'aumentare della massa

dell'architrave che, configurandosi come una massa sovrastante stabilizzante, determina un incremento della capacità sismica del sistema strutturale.

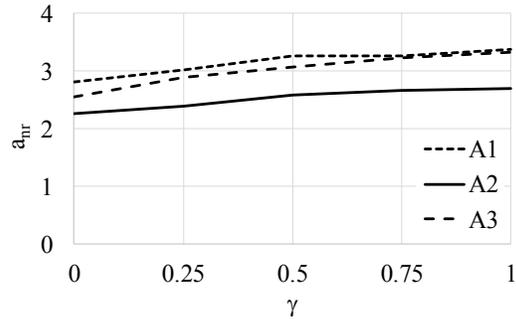


Figura 13. Risposta del sistema non rinforzato al variare di γ : $H=5m$

Infine le Figure da 14 a 18 mostrano la risposta del sistema trilitico rinforzato in termini di miglioramento sismico, espresso come rapporto tra le accelerazioni di collasso dinamico in presenza ed assenza di rinforzo, al variare dell'altezza dei piedritti $2h$, per i diversi valori del parametro γ e per i tre spettri di risposta elastici considerati. Dall'analisi dei risultati ottenuti si evince come l'incremento di resistenza si riduce all'aumentare dell'altezza del piedritto.

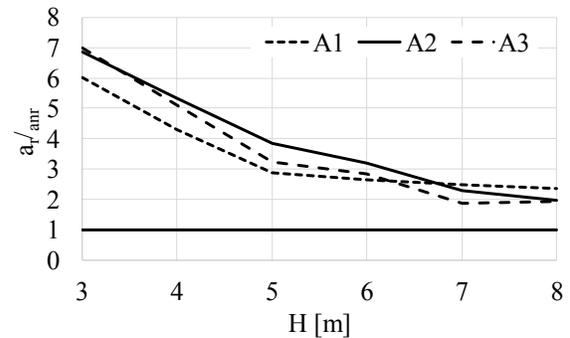


Figura 14. Risposta del sistema rinforzato - $\gamma=0$

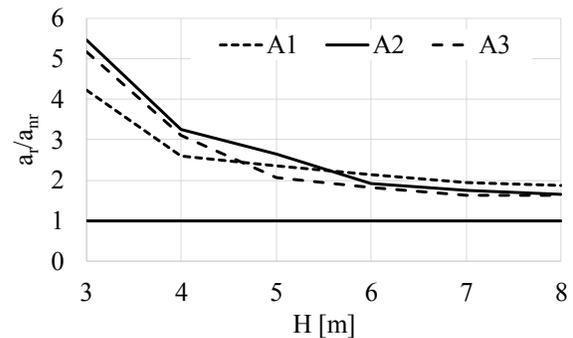


Figura 15. Risposta del sistema rinforzato - $\gamma=0.25$.

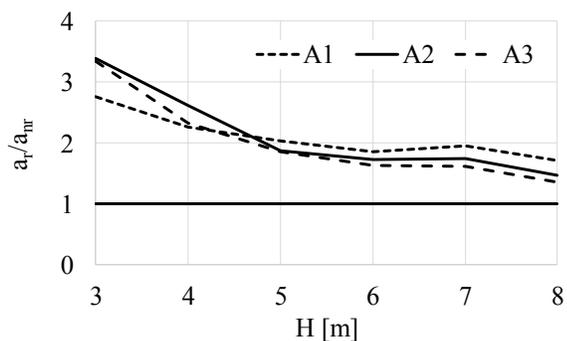


Figura 16. Risposta del sistema rinforzato - $\gamma=0.5$.

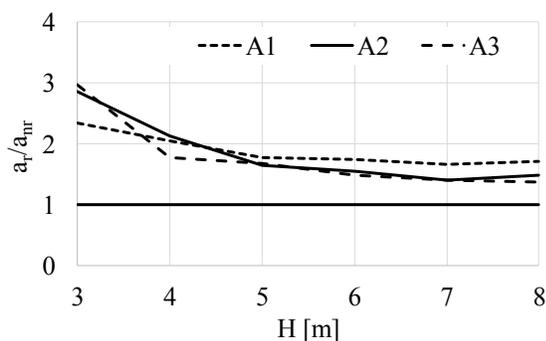


Figura 17. Risposta del sistema rinforzato - $\gamma=0.75$.

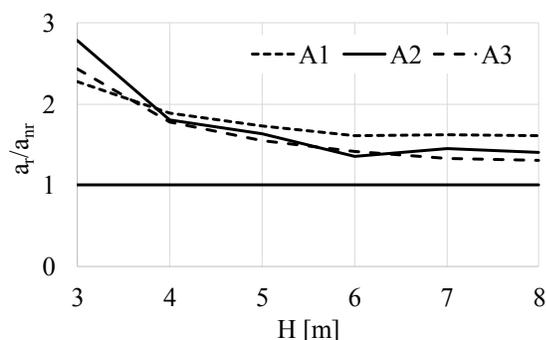


Figura 18. Risposta del sistema rinforzato - $\gamma=1$.

5 CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono riportati i risultati di un'analisi parametrica finalizzata alla valutazione dell'efficacia di una tecnica di rinforzo sismico di sistemi trilitici, costituita da elementi verticali elastici posizionati nella mezzeria della sezione di base dei piedritti. Il sistema strutturale in oggetto, composto da N piedritti e da un architrave, rappresenta una tipologia architettonica basilare degli ordini classici ed è caratterizzato da una buona resistenza nei confronti delle azioni sismiche.

Nei primi due paragrafi sono presentati i modelli analitici delle strutture non rinforzata e rinforzata. Per entrambi i sistemi sono state ricavate le equazioni del moto, adottando l'approccio di Housner. Al fine di valutare la

capacità sismica dei sistemi strutturali oggetto di analisi nei riguardi del collasso per ribaltamento, le equazioni del moto sono state risolte numericamente ricorrendo ad un algoritmo di Newmark di tipo trapezio. Nello specifico, la storia temporale di accelerazioni $\ddot{u}_g(t)$ è incrementata mediante l'introduzione di un moltiplicatore C , fino al raggiungimento di una condizione limite di ribaltamento.

L'analisi parametrica ha interessato sistemi trilitici con piedritti aventi sezione trasversale quadrata, angolo di snellezza α pari a 10° e altezza $2h$ variabile tra 3 m e 8 m. Si è tenuto inoltre conto della variabilità della massa dell'architrave, considerando valori del rapporto γ variabili tra 0 e 1, corrispondenti ai casi limite di sistema privo di architrave e di sistema con architrave avente massa pari alla somma delle masse dei piedritti.

I risultati ottenuti nel caso di sistema trilitico in assenza di rinforzo evidenziano un incremento dell'accelerazione di collasso dinamico all'aumentare dell'altezza dei piedritti e della massa dell'architrave, che si configura come una massa sovrastante stabilizzante. Con riferimento al caso di sistema trilitico rinforzato, i risultati delle analisi effettuate mostrano che il miglioramento sismico, definito come rapporto tra le accelerazioni di collasso dinamico in presenza ed assenza di rinforzo, si riduce all'aumentare dell'altezza dei piedritti.

REFERENCES

- AlShawa, O., Liberatore, D., Sorrentino, L., 2019. Dynamic One-Sided Out-Of-Plane Behavior of Unreinforced-Masonry Wall Restrained by Elasto-Plastic Tie-Rods, *International Journal of Architectural Heritage*, **13**(3), 340-357.
- Casapulla C., Giresini L., Lourenco P.B., 2017. Rocking and kinematic approaches for masonry walls as rigid blocks: state of the art and recent developments, *Buildings*, **7**(3), 69.
- CEN – EN 1998-1 (2005) Eurocode 8: “Design of structures for earthquake resistance, Part 1: General rules, seismic action and rules for buildings”
- CNR-DT 200 R1/2013, Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati Materiali, strutture di c.a. e di c.a.p., strutture murarie.
- Coccia, S., Di Carlo, F., Imperatore, S., 2017 (a). Force reduction factor for out-of-plane simple mechanisms of masonry structures, *Bulletin of Earthquake Engineering*, **15**(3), 1241-1259.
- Coccia, S., Di Carlo, F., Imperatore, S., 2017(b). Seismic behaviour of rocking elements reinforced with composite materials, *Key Engineering Materials*, **747**, 604-611.

- Coccia, S., Di Carlo, F., Imperatore, S., 2018. Seismic retrofitting of masonry rocking elements with composite rebars. Proceedings of the International Masonry Society Conferences, 1017-1028.
- Como, M., Di Carlo, F., Coccia, S., 2019. Dynamic response of rocking cracked masonry walls, *Meccanica*, **54**(3), 381-398.
- Como, M., Di Carlo, F., 2017. Rocking of cracked masonry walls under constant impulse acceleration. AIMETA 2017 - Proceedings of the 23rd Conference of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics, 1379-1401.
- Di Carlo, F., Coccia, S., Como, M., 2017. Rocking in presence of cracking of masonry wall piers, *Key Engineering Materials*, **747**, 678-685
- Giresini, L., Fragiocomo, M., Sassu, M., 2016. Rocking analysis of masonry walls interacting with roofs. *Engineering Structures*, **116**, 107-120.
- Heyman, J., 1966. The stone skeleton, *Int J Solids Struct*, **2**(2), 249-256.
- Housner, G.W., 1963. The behaviour of inverted pendulum structures during earthquakes, *Bull Seismol Soc Am*, **53**(2), 403-417.
- Makris, N., Vassiliou, M. F., 2014. Dynamics of the rocking frame with vertical restrainers. *Journal of Structural Engineering*, **141**(10), 04014245-1,13.
- Makris, N., Vassiliou, M. F., 2015. Seismic response and stability of the rocking frame. In Computational Methods, Seismic Protection, Hybrid Testing and Resilience in Earthquake Engineering, 249-273, Springer, Cham.