

Interazione suolo struttura applicato all'analisi di un ponte autostradale

Petracca Massimo^a, Maurizio Bottini^a, Luca Sallese^b, Corrado Marano^b, Fausto Di Francesco^b, Guido Camata^b

^a ASDEA software startup innovativa srl, Via Breviglieri 8, 65128, Pescara, Italy

^b Dipartimento di Ingegneria e Geologia, Viale Pindaro, 65127 Pescara, Italy

Keywords: Interazione; modello base fissa; SFSI; Pushover; Time History

ABSTRACT

Le strutture in ambito civile sono caratterizzate da elementi strutturali a diretto contatto con il terreno. Questo comporta una dipendenza reciproca tra la risposta della struttura e la risposta del terreno. Nel presente lavoro si descrivono i passi fondamentali per la modellazione dinamica nonlineare di interazione terreno-fondazione-struttura (SFSI) in OpenSees, applicata al caso di studio di un ponte autostradale. La risposta del modello SFSI è comparata alla risposta del modello a base fissa, al fine di studiare gli effetti della modellazione di tale interazione.

1 INTRODUZIONE

Al termine di un evento sismico ci si aspetta che riportati dalle costruzioni i danni siano strettamente correlati al tipo di struttura ed ai criteri progettuali scelti per la messa in opera, ma l'esperienza mostra che, seppur le caratteristiche degli edifici siano le stesse, l'entità del danno può variare sensibilmente. In diversi terremoti si possono osservare crolli o danni importanti anche su edifici realizzati con criteri antisismici e questo indica che una buona progettazione non è sempre sufficiente per garantire un'adeguata sicurezza. In generale gli effetti di un sisma diminuiscono all'aumentare della distanza dall'epicentro ma, a causa di aspetti legati alla topografia e alla stratigrafia del sito, essi possono amplificarsi con conseguente incremento dello spostamento del suolo. Continue variazioni di densità e rigidezza del mezzo causano l'amplificazione delle onde sismiche variandone la forma, mentre le irregolarità topografiche, dovute a particolari conformazioni della superficie libera, creano fenomeni di riflessione e focalizzazione di onde incidenti. Non a caso una costruzione realizzata su un suolo soffice o roccioso risponderà in modo differente. Questo dimostra il forte legame tra l'ingegneria geotecnica e strutturale, che negli ultimi anni è stato oggetto di notevole interesse per i problemi di SFSI. Inoltre durante un evento sismico la risposta strutturale è caratterizzata da due differenti interazioni tra la struttura ed il suolo: l'interazione cinematica e l'interazione inerziale. La prima si manifesta con deformazioni e sollecitazioni imposte dal terreno alla fondazione, distribuendosi localmente con la profondità. La seconda è legata al trasferimento di forze inerziali della struttura alla fondazione con conseguente deformazione Tali del suolo. fenomeni costituiscono uno scenario da prendere in considerazione quando si eseguono analisi computazionali, in quanto possono indurre deformativi. importanti stati Ouesto è fondamentale soprattutto per gli edifici strategici e le infrastrutture, come ad esempio i ponti autostradali. Per sensibilizzare la loro valutazione sismica, oltre alle attuali normative, sono state sviluppate delle linee guida sulla valutazione e riduzione del rischio sismico dei ponti esistenti (ReLUIS, 2009) che definiscono in modo dettagliato le procedure di analisi.

2 CASO STUDIO DI UN PONTE AUTOSTRADALE

2.1 Il ponte

Il ponte autostradale analizzato permette l'attraversamento di un fiume, dalla Figura 1 si osserva che la struttura è stata oggetto di ampliamento ed è oggi costituita da due ponti separati, ciascuno per ogni senso di marcia.



Figura 1. Vista dall'alto del ponte

Globalmente presenta un'obliquità geometrica di 54° e si estende per una lunghezza di 66 m, distribuita su tre impalcati semplicemente appoggiati, realizzati in calcestruzzo armato precompresso con cavi pre-tesi. La parte esaminata corrisponde a quella di prima costruzione con impalcati di larghezza pari a 15 metri che poggiano su due spalle e due pile, queste ultime costituite da quattro colonne circolari in cemento armato. In Figura 2 è evidente che la presenza del torrente comporta un dislivello topografico tra le spalle e le pile portandoli ad avere un'elevazione differente, rispettivamente di 4.5 m e 3.6 m.



Figura 2. Dislivello pila - spalla

Il ponte interagisce con il terreno in superficie mediante le fondazioni superficiali per poi proseguire in profondità con delle palificate fino a 24 m. Dai sondaggi effettuati in sito si sono rilevate diverse stratificazioni riscontrando, nel seguente ordine, la presenza di sabbia fine, sabbia e ghiaia, limo grigio e marna. I parametri meccanici dei diversi strati di terreno sono riportati in Tabella 1, dove *h* è l'altezza dello strato, ρ è la densità, c è la coesione, ϕ è l'angolo di attrito, v è il coefficiente di Poisson, E è il modulo di Young, G è il modulo di taglio, e Vs e Vp sono rispettivamente le velocità delle onde di volume S e P. Per la realizzazione della struttura sono stati utilizzati del calcestruzzo C25/30 e dell'acciaio d'armatura FeB44K.

Tabella 1: Parametri meccanici degli strati di terreno

Parametri	Sabbia	Sabbia	Limo	Marna	
- arametri	fine	e ghiaia	grigio		
h [m]	3.8	7.8	7.8	10.6	
ρ [Kg/m³]	1733.63	1937.59	1988.58	2141.54	
c [N/m²]	0	0	10000.0	30000.0	
φ[°]	31	35	27	25	
v	0.3	0.3	0.3	0.25	
E [N/m²]	9.00E+7	1.75E+8	2.50E+7	3.78E+9	
G [N/m²]	3.46E+7	6.73E+7	9.62E+6	1.51E+9	
Vs [m/s]	141.30	186.38	69.54	840.26	
Vp [m/s]	264.36	348.69	130.09	1455.37	

3 DESCRIZIONE DEL MODELLO NUMERICO - SFSI

3.1 OpenSees e l'interfaccia grafica STKO

Nel presente articolo sono riportati i risultati di analisi comparative derivanti dall'utilizzo del codice di calcolo OpenSees (McKenna 2011). La struttura del programma è caratterizzata da diverse classi quali materiali, elementi, condizioni al contorno, metodi di analisi e risolutori di equazioni tra loro correlate, permettendo quindi l'esecuzione di analisi statiche e dinamiche, lineari e non lineari, di natura complessa. Il codice è privo di interfaccia grafica e dunque si è fatto uso, per la fase di modellazione (pre-processor) e di visualizzazione dei risultati (post-processor), dell'interfaccia grafica STKO (ASDEA software technology 2019). L'interfaccia permette la scrittura automatica del modello nel file di input TCL.

3.2 Modello numerico - SFSI



Figura 3. Modello SFSI

In Figura 3 è visibile il modello completo SFSI nel pre-processor di STKO, su cui sono state effettuate analisi statiche e dinamiche lineari e non lineari. Particolare attenzione è stata rivolta alle condizioni di vincolo per il collegamento tra l'impalcato e le sottostrutture in modo in modo da rappresentare fedelmente lo schema statico e cinematico in riferimento alle azioni che interessano la struttura. In tal caso gli impalcati sono semplicemente appoggiati sulle pile e sulle spalle. Nella Figura 4 si riporta la realizzazione di link rigidi tra la spalla e i nodi realizzati in corrispondenza delle travi d'appoggio. Operazione analoga è stata effettuata per le pile, suddividendo inoltre l'elemento del pulvino in modo che i nodi che lo costituiscono siano disposti nella direzione delle travi principali.



Figura 4. Interazione tra i nodi e gli elementi strutturali

Questa operazione è stata necessaria a causa dell'eccentricità presente tra gli assi baricentrici degli elementi. Inizialmente sono è stata svolta un'analisi gravitazionale per determinare i carichi assiali agenti sulle spalle e sulle pile, necessari per la modellazione delle cerniere plastiche in fase non lineare. A tale scopo le interazioni sono state modellate attraverso degli elementi *Zero-Length*, attribuendo, nella sola direzione di vincolo traslazionale, un *link* rigido. Per l'analisi verticale viene considerato lo schema statico per cui gli appoggi sono stati modellati nella sequenza cerniera - carrello.



Figura 5. Assi locali dell'interazione - Schema di vincolo cerniera - carrello sulla pila

Data l'obliquità del ponte, in Figura 5, si può notare che è stato necessario definire gli assi locali dell'interazione in modo da avere lo stesso orientamento degli assi locali che caratterizzano gli elementi. Analogamente è stata creata un'interazione tra i nodi delle travi principali in corrispondenza degli appoggi per evitare il fenomeno del martellamento tra gli impalcati. Per l'esecuzione delle analisi tutte le componenti strutturali del ponte sono state modellate definendo ogni sezione e tramite l'elemento ForceBeamColumn. Essendo impalcati gli semplicemente appoggiati, le travi principali, in

corrispondenza degli appoggi, hanno la possibilità di ruotare attorno agli assi locali y e z.

Nella Figura 6 viene riportato l'elemento in questione ed è schematizzato con un elemento centrale e da elementi *ZeroLength* posti all'estremità. La condizione di vincolo viene definita applicando un materiale uniassiale rigido nella direzione in cui si vuole garantire la continuità.



Figura 6. HingedBeam Element

Per tener conto del contributo della soletta in termini di rigidezza, gli impalcati vengono considerati infinitamente rigidi nel piano attraverso vincoli cinematici, *rigidDiaphragm* (figura 7).



Figura 7. Interazione rigidDiaphragm

Gli elementi strutturali costituenti le fondazioni superficiali e profonde sono stati modellati come elementi elastici facendo uso degli stessi elementi precedentemente indicati. Vista l'obliquità geometrica del ponte, i pali di fondazione non sono allineati nella direzione longitudinale ed inoltre, dato il dislivello tra le spalle e le pile, si estendono in egual lunghezza ma per profondità differenti. Il terreno è stato considerato elastico ed ogni stratigrafia del suolo è stata modellata con un materiale elastico isotropico e con elementi solidi (stdBrick). Fondamentale è l'interazione per il contatto tra l'elemento di fondazione ed il suolo (Figura 8). Data l'incongruenza per il differente numero di gradi di libertà che costituiscono gli elementi di fondazione e il terreno, il contatto tra i due avviene mediante vincoli cinematici implementati su STKO (BeamSolidCoupling). L'elemento di contatto scelto ha la caratteristica di rendere l'interazione rigida sia su componenti traslazionali che rotazionali.



Figura 8. Interazione fondazione - suolo

3.3 Modellazione non lineare - cerniere Ibarra

Per valutare la capacità strutturale del ponte, attraverso l'esecuzione di analisi statiche e dinamiche non lineari, sono state considerate le non-linearità delle pile e delle spalle con l'utilizzo di cerniere concentrate rotazionali secondo la formulazione di Ibarra (Ibarra e Krawikler 2005 2011). Per gli elementi in calcestruzzo armato il comportamento flessionale è caratterizzato dalla momento - rotazione relazione attraverso l'individuazione dei punti rappresentanti, quali lo snervamento e l'ultimo. La definizione delle cerniere è stata effettuata secondo la formulazione di Haselton (Haselton e Deierlein, 2007) in funzione delle armature e dei carichi assiali derivanti dall'analisi verticale sul modello a base fissa. La modellazione è stata realizzata con l'elemento HingedBeam e gli ZeroLength sono stati implementati ponendo, nelle direzioni rotazionali attorno agli assi locali y e z, il materiale ModIMKpeakOriented, mentre nelle rimanenti direzioni il materiale è elastico rigido. Nella Figura 9 seguente si riporta il legame momento rotazione della cerniera.





L'aggiunta di cerniere rotazionali in entrambe le estremità dell'elemento richiede una riduzione di rigidezza dell'elemento centrale, in modo che la combinazione delle tre molle in serie abbia una rigidezza equivalente a quella dell'elemento reale. Tale aspetto viene definito dalla seguente relazione:

$$K = 1/[(1/K_c) + (1/K_e)]$$
(1)

dove K è la rigidezza rotazionale globale, K_c è la rigidezza della cerniera e K_e è la rigidezza dell'elemento centrale. Considerando inoltre che K_c sia n volte (n=1 $\div\infty$) la rigidezza rotazionale di K_e e riscrivendo la relazione in base alla rigidezza totale dell'elemento si ottiene:

$$K_{cern} = (n+1)K \tag{2}$$

$$K_e = [(n+1)/n]K$$
 (3)

3.4 Input e condizioni al contorno

Fondamentale, ai fini delle analisi dinamiche, è definire le giuste condizioni al contorno per l'assorbimento delle onde sismiche riflesse nel modello. Come condizioni di vincolo è stata utilizzata una combinazione di colonne a taglio (free-field) e di vincoli assorbenti (Lysmer-Kuhlemeyer, 1969).



Figura 10. Condizioni al contorno

La combinazione dei free-field con Lysmer-Kuhlemeyer simulano il comportamento statico e dinamico di un mezzo infinitamente esteso. Le frontiere laterali devono muoversi allo stesso modo, condizione ottenuta attraverso vincoli cinematici. I vincoli assorbenti sono stati modellati assegnando alle interazioni degli ZeroLength ponendo, nella direzione degli assi locali, un *Viscous material* con le caratteristiche del terreno da simulare. La Figura 10 mostra uno schema delle condizioni al contorno ad uno spigolo del terreno. Si riportano di seguito le relazioni considerate per la loro definizione:

$$C_x = C_v = \rho V_s \tag{4}$$

$$C_z = \rho V_p \tag{5}$$

dove ρ è la densità, C_x , C_y , C_z sono i coefficienti di assorbimento, V_s e V_p sono rispettivamente le velocità delle onde di taglio e di compressione. La

presenza di vincoli assorbenti posti anche alla base del modello crea delle problematiche con le analisi dinamiche, in quanto l'applicazione di un input sismico attraverso un accelerogramma annulla l'effetto del loro assorbimento. Per ovviare a questa incompatibilità è stato applicato un input esprimibile attraverso una storia temporale di convertendo l'accelerogramma tensioni. in velocigramma. Nel presente modello sono state poste delle forzanti dinamiche nella direzione globale X e Y. Per le analisi sono stati considerati degli accelerogrammi generati spettro-compatibili ottenuti attraverso il software SIMQKE GR (Vanmarcke e Gasparini, 1976). Gli input sismici sono stati deconvoluti con il software DEEPSOIL (Hashash et al., 2016) in base alle proprietà stratigrafiche. Per evitare il filtraggio delle componenti ad alta frequenza delle onde sismiche, la discretizzazione di ogni strato è stata effettuata secondo la seguente formulazione:

$$h \le (1/12 \div 1/10)(V_s/f_{max})$$
 (6)

dove f_{max} è la frequenza massima considerata. In questo caso è pari a 15 Hz. La mesh è stata ottimizzata ed è composta da 320445 elementi. Per velocizzare i tempi di analisi si è fatto uso della versione parallela di OpenSees, utilizzando un calcolatore da 40 processori.

4 PROCEDURE D'ANALISI

In questa sezione si riportano le metodologie e le fasi per l'esecuzione di analisi pushover e Time History.

4.1 Analisi Pushover

Il ponte è stato schematizzato come una mensola verticale ad un grado di libertà su cui agisce la massa del pulvino e dell'impalcato considerando la sola resistenza delle pile in esclusione delle spalle. Nella struttura in questione è stata effettuata un'analisi di spinta nella direzione trasversale e longitudinale.

Lungo la direzione trasversale ciascuna pila costituisce un oscillatore semplice indipendente, la cui massa m è data dalla somma della massa dell'impalcato ad essa afferente e di quella efficace della pila.

Lungo la direzione longitudinale tutte le travate sono vincolate ad avere uno spostamento rigido. Il ponte viene considerato come un sistema ad un grado di libertà, ma caratterizzato da una massa m pari alla somma della massa totale dell'impalcato afferenti alle pile e delle masse efficaci delle pile stesse, considerando dunque una rigidezza pari alla somma delle rigidezze delle pile. Si consideri che, per l'adozione della metodologia descritta, è necessario che la mobilità degli impalcati rispetto al pulvino sia molto ridotta e questo implica di considerare la presenza di ritegni sismici nella direzione trasversale e longitudinale.

4.2 Analisi Time History

Per l'esecuzione dell'analisi dinamica non lineare sono state assegnate le masse sismiche afferenti alle pile con il comando *NodeMass*, per il pavimento e la soletta, ed *EdgeMass* per gli elementi strutturali. Per le analisi dinamiche lineari è stato considerato uno smorzamento del ponte del 5%, nell'analisi non lineare del 2%.

Il primo step prevede di applicare i carichi gravitazionali vincolando il modello con dei vincoli fissi e si ricavano le reazioni vincolari. Nel secondo step i vincoli vengono sostituiti dalle reazioni vincolari in modo da ottenere un sistema equilibrato e vengono applicati i vincoli assorbenti. Infine si applicano le forzanti dinamiche in X e Y mediante l'applicazione alla base del modello di velocigrammi deconvoluti.

5 CONFRONTO MODELLI LINEARI: BASE FISSA - SFSI

5.1 Time History lineare

La risposta dei modelli a base fissa e flessibile è comparata mediante analisi lineari. Nella Figura 11 viene riportato un confronto grafico degli spostamenti nelle due direzioni globali X e Y, i valori sono riportati nella Tabella 2.



Figura 11. Confronto spostamento nelle direzioni X e Y

Tabella 2. Confronto spostamenti direzione X

Direzione	FISSO [m]	SFSI [m]	Δ [%]
DIR X+	0.0148	0.0448	201.39
DIR X-	-0.0154	-0.0381	147.69
DIR Y+	0.0047	0.0083	77.95
DIR Y-	-0.0050	-0.0091	82.44

I risultati indicano, come noto, che l'interazione cinematica e la flessibilità del suolo influenzano notevolmente la risposta sismica. Nella direzione trasversale questi effetti sono meno evidenti, in quanto la struttura, essendo più rigida, è soggetta a traslazioni di minore entità. Inoltre lo stato deformativo dipende dall'interazione dell'elemento strutturale con il suolo, riscontrando delle amplificazioni a causa della stratigrafia caratterizzata da rilevanti sbalzi di rigidezza, come ad esempio tra il limo e la marna. Questo aspetto è particolarmente visibile nella Figura 12.



Figura 12. Stato deformativo dei pali di fondazione

Infatti la flessibilità del palo, oltre a provocare un importante incremento dello spostamento relativo del ponte, causa un aumento dello stato di sollecitazione e degli effetti torsionali e di taglio. Data l'obliquità geometrica del ponte e considerando l'applicazione degli input sismici nella direzione ortogonale agli assi globali del modello, e non locali del ponte, dalla Figura 13 si nota che la struttura modellata tramite SFSI ruota molto di più della struttura a base fissa.



Figura 13. Confronto rotazione intorno a Z

Queste rotazioni influenzano le sollecitazioni di taglio e torsionali agenti alla base delle pile

Lungo la direzione trasversale il risultato è analogo.

6 MODELLI NON LINEARI: BASE FISSA -SFSI

6.1 Analisi Pushover

In riferimento alle immagini e alle tabelle seguenti è possibile notare come la flessibilità dei pali abbia influito in termini di spostamento in entrambe le direzioni.

Visto che i modelli rispondono allo stesso modo in entrambi i versi di spinta vengono riportate le sole curve della direzione negativa.

Dai risultati indicati nelle Figure 14 e 15 e nelle Tabelle 3 e 4 si può notare che in entrambe le analisi di spinta vi è un importante aumento dello spostamento relativo alla condizione di snervamento con valori di taglio pressoché uguali.



Figura 14. Confronto curva di Pushover - Direzione X-

Tabella 3. Confronto curva di Pushover - Direzione X-

State		FISSO		SSI	
3	เลเบ	d [m]	T _y [kN]	d [m]	T _y [kN]
Snerv	vamento	-0.0165	2092.2	-0.0418	2138
Ul	ltimo	-0.070	2494.4	-0.088	2455.5
Со	llasso	-0.156	0	-0.162	0
3000000		—SFSI -	— Fisso		
2500000					
2000000	\prod		\backslash		
Z 1500000					



rigura 15. Comfonto curva ul rusnover - Dilezione 1-

Tabella 4. Confronto curva di Pushover - Direzione Y-

Stato	FISSO		SSI	
	d [m]	Ty [N]	d [m]	Ty [N]
Y	-0.008	2278	-0.018	2310.2
U	-0.052	2730.3	-0.060	2704.4
С	-0.140	0	-0.144	0

6.2 Analisi Time History

Le NTC18 esplicitano chiaramente che nel caso di analisi dinamiche non lineari le domande di spostamento devono essere confrontate con la corrispondente curva di capacità, ottenuta dall'analisi statica non lineare. Quest'ultima parte può essere definita attraverso un confronto tra le curve forza - spostamento cicliche, ottenute dalle analisi dinamiche, e quelle monotone, derivanti dalle analisi statiche. Dalle Figure 16 e 17, in riferimento al modello a base fissa, è possibile notare che la non linearità delle pile porta ad avere degli spostamenti maggiori e asimmetrici rispetto al modello lineare. Infatti nella direzione trasversale il ponte subisce una traslazione massima di 15 mm, mentre in quella longitudinale, la struttura si sposta maggiormente nella direzione positiva raggiungendo il valore massimo di 56 mm.

Dalla Figura 18 è evidente come il ponte, sottoposto ad un'importante azione sismica, indicata nella Figura 19, sia soggetto ad uno stato torsionale globale che sollecita maggiormente le colonne più esterne. Questo di conseguenza porta a subire elevati sforzi flessionali, i quali hanno maggiore intensità attorno all'asse locale z



Figura 16. Confronto Time History - Pushover - Modello base fissa - Direzione X



Figura 17. Confronto Time History - Pushover - Modello base fissa - Direzione Y



Figura 18. Rotazione del ponte - Step: 653 Time: 1.70 s



Figura 19. Accelerogramma direzione X

Nel modello SFSI, lo stato torsionale interessa la struttura sin dall'analisi verticale, per poi durante l'analisi dinamica. accentuarsi Α dimostrazione dell'influenza del suolo è stato effettuato un confronto tra i due modelli considerando gli stati sollecitativi derivanti dalla analisi sola verticale. soffermandosi principalmente sullo sforzo assiale e torsionale come indicato nelle Figure 20, 21, 22 e 23.



Figura 20. Sforzo normale - Modello base fissa - Unità di misura: N



Figura 21. Sforzo normale - Modello SFSI - Unità di misura: N







Figura 23. Torsione - Modello SFSI- Unità di misura: Nm

Dalle figure riportate è possibile notare come lo sforzo assiale e torsionale sia influenzato dal suolo. Questo aspetto è fondamentale in quanto le cerniere plastiche poste alla base ed in testa alle pile sono frutto di un'analisi verticale in funzione del carico assiale agente su ogni singola colonna. Inoltre la maggior rotazione iniziale del modello SFSI porta ad avere uno spostamento Ux e Uy iniziale differente, condizionando notevolmente la risposta strutturale.

7 CONCLUSIONI

L'interazione tra il suolo e la struttura è strettamente legata al tipo di fondazione, in quanto gli effetti deformativi e sollecitativi dipendono dalla componente inerziale e cinematica che li lega. Il caso analizzato indica che ci sono diversi elementi che condizionano la risposta strutturale del ponte, dimostrando delle profonde e non sottovalutabili differenze tra il comportamento della struttura a base fissa e quello con l'interazione del suolo. La flessibilità dei pali, le caratteristiche scadenti del suolo, l'interazione cinematica e inerziale e l'obliquità geometrica della struttura portano, nel caso della analisi SFSI, a maggiori spostamenti ed effetti rotazionali e torsionali importanti che le analisi a base fissa non evidenziano e che sono determinanti al fine di una corretta valutazione dello stato di sicurezza del ponte.

BIBLIOGRAFIA

- Gasparini, D., Vanmarcke, E.H., 1976. Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed ResponseSpectra, *Research Report R76-4*, M.I.T. Department of Civil Engineering.
- Haselton, C., Deierlein, G., 2007. Assessing seismic collapse safety of modern reinforced concrete frame buildings, *Rep. no. 156*, John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford Univ., Stanford.
- Hashash, Y.M.A., Musgrove, M.I., Harmon, J.A., Groholski, D.R., Phillips, C.A., Park, D., 2016. *DEEPSOIL 6.1*, *User Manual*
- Ibarra, L.F., Krawikler, H., 2005. Global Collapse of Frame Structures under Seismic Excitations. *Report PEER* 2005/06, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, Berkeley, California.
- Ibarra, L.F., Krawikler, H., 2011. Variance of collapse capacity of SDOF system under earthquake excitations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1299-1314.
- Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R. L. 1969. Finite Dynamic Model for Infinite Media. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 95, 859-878.
- McKenna, F., 2011. OpenSees: a framework for earthquake engineering simulation, *Computing in Science & Engineering*, 13, 58-66.
- Pagliaroli, A., Lanzo, G., Sanò, T., 2007. Confronto fra tre codici di calcolo 2D della risposta sismica locale. XII Congresso Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia", ANIDIS
- Progetto DPC-Reluis 2005-2008 Linea 3: Valutazione e riduzione del rischio sismico di ponti esistenti. 2009. Linee Guida e Manuale applicativo per la valutazione della sicurezza sismica e il consolidamento dei ponti esistenti in c.a.
- Rosell, L. A., 2010. Explicit / Implicit Nonlinear Soil Structure Interaction Study of the Bell Tower of Santa Maria Maggiore, Guardiagrele. *Master Thesis*, Rose School, Pavia, Italy.
- Zhang, Y., Yang, Z., Bielak, J., Conte, J.P., Elgamal, A., 2003. Treatement of seismic input and boundary conditions in non linear seismic analysis of a bridge ground system. *Soil Dynamics*, Geotechnical Earthquake Engineering.